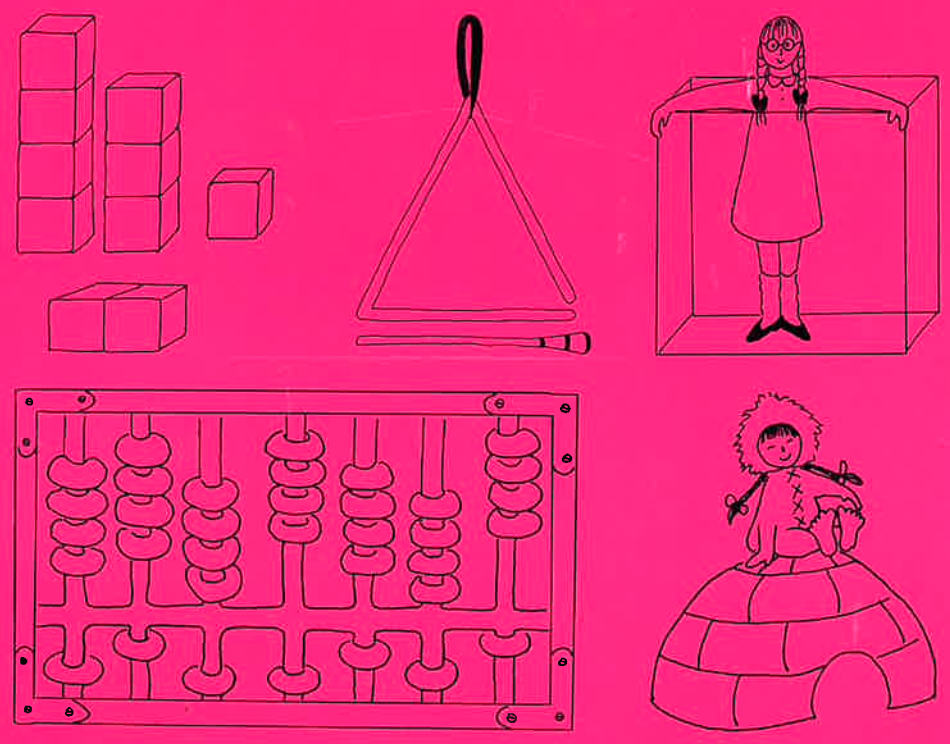
MATEMATIKK

"sett" MED ANDRE ØYNE



– En blind elev i klassen –
metodebok i matematikk

By The Nordic Light Team

Emmy Csocsán Oliv Klingenberg
Kajsa-Lena Koskinen Solveig Sjöstedt

Emmy Csocsán

Emmy Csocsán er fra Ungarn og har studert spesialpedagogikk i Budapest og matematikk i Szeged, der hun også avsluttet sin Doktorgrad i 1995.

Fra 1964 til 1975 arbeidet hun som spesialpedagog på den statlige blindeskolen i Budapest.

I perioden 1975 – 1997 ledet hun synspedagogutdanningen ved "Barzi Gustáv" i Budapest i tillegg til at hun selv underviste der.

Siden 1997 har Emmy Csocsán arbeidet som professor ved Fakultet for Rehabilitering og Forskning ved Universitetet i Dortmund. Hennes ansvarsområde ved dette fakultetet er knyttet til synspedagogikk.

Oliv Klingenberg

Oliv G. Klingenberg startet i 1976 som lærer på Tambartun skole – utdanningssenter for synshemmede.

I etterkant av grunnutdanningen har hun studerte spesialpedagogikk, matematikk og IT ved Universitetet i Trondheim og synspedagogikk ved Universitetet i Oslo.

I perioden 1994 – 1998 arbeidet hun med sin hovedfagsoppgave (Universitetet i Trondheim).

I dag arbeider Oliv G. Klingenberg som rådgiver ved Tambartun kompetansesenter.

Kajsa-Lena Koskinen

Kajsa-Lena Koskinen studerte ved Åbo Akademi Universitet / pedagogisk fakultet i Vasa og var ferdig utdannet lærer i 1986.

Hun tok graden spesiallærer ved samme Universitet i 1993.

Fra 1995 og til 1997 studerte hun synspedagogikk ved Universitetet i Jyväskylä.

Hun begynte som lærer i Sibbo der hun arbeidet i perioden 1986 – 1989.

I perioden 1989 – 1994 arbeidet hun som spesiallærer for barn med lærevansker i Sibbo.

Fra 1994 har hun vært lærer på Svenska Skolan för Synsskadade i Helsinki og fra 2000 som rektor ved samme skole.

Solveig Sjöstedt

Solveig Sjöstedt gikk lærerskolen i Ekenäs fra 1959 til 1963.

I 1964 ble hun synspedagog og jobbet deretter et år som timelærer ved skolen.

Hun tok sin mastergrad ved Universitetet i Jyväskylä i 1998.

I perioden 1965 – 1972 arbeidet hun som sekretær ved Taucher reklamebyrå, først på utenriksavdelingen og de siste årene som privatsekretær for styrelederen .

Solveig Sjöstedt har siden slutten av 70-årene vært engasjert som foreleser ved Åbo Akademi Universitet / fakultet for lærerutdanning i Vasa.

Fra 1972 og til år 2000 var hun rektor ved Svenska Skolan för Synsskadade i Helsinki.

Solveig Sjöstedt fikk tildelt tittelen Æresrådgiver for Undervisning i 2000

INNHOLD

FORORD

I Innledning 7

II Områder som en må ta hensyn til når det gjelder matematikk og blinde barn 11

III Tallbegrepets historiske utvikling 15

IV Utvikling av kompetanse i matematikk 21

V Forskningsresultater og konsekvenser for undervisningen 25
Bruk av konkreter i læreprosessen 25
Fingrene som hjelpemiddel til å telle eller regne 26
To studier om talloppfatninger hos blinde barn 28
Akustiske tallmønster 38

VI Metodiske prinsipper 41
Tilby et læringsmiljø som aktiverer og utfordrer alle sanser 41
Ta utgangspunkt i elevens egen forståelse 42
Legg vekt på språklige aktiviteter i undervisningen 43
Let etter passende metoder 43
Velg læremidler som passer de individuelle behovene 44
Gi eleven nok tid 46
Se på symbollæring som en strukturert prosess 47

VII Undervisning av ulike områder i matematikk 55
Historien – et spørsmål om fortid? 55
Aritmetikk 57
Tall 57
Utregninger 59
Geometri 61
Former 62
Dimensjoner og målinger 63
Forskyving 66
Geometrisk tegning 66
Læremidler 67

VIII Eksempler til klasserommet 73
Aktiviteter med 10-basmateriell 73
Aktiviteter med målinger 76
Punktskrift og matematikk 77
Spill og andre aktiviteter 79

IX Spørsmål for fremtiden og internasjonalt samarbeid 95

X Spesiell takk til 97

Referanser

APPENDIX
A. Forskning utført av Emmy Csocsán og Oliv Klingenberg
B. Læreplaner

WHO Definisjon
Barna som blir omtalt i denne boken kan grupperes i kategori 3 – 5 i WHO sin klassifikasjon. (WHO, 2001)

For å forenkle språket har forfatterne brukt termen "blind" isteden for "et barn som er sterkt synshemmet". Vi refererer til alle blinde barn og omtaler individet som han isteden for å bruke han / hun.

FORORD

Selv om det finnes mange bøker om undervisning av synshemmede elever, så er det i dette utvalget mangelfullt med litteratur omkring matematikkundervisning. Da det ennå var vanlig med spesialskoler, kunne lærerne bli inspirert av hverandre og daglig drøfte aktuelle problemstillinger. I dag opplever mange lærere at de i større grad står alene om å prøve og feile. Dette har vært vår motivasjon for å skrive denne boken, men vi mener at den også vil være aktuell i spesialskoler så vel som innenfor universitetsmiljøene. Vi vil hevde at boken er blitt en helhetlig lærerveiledning om det å undervise synshemmede barn i matematikk fordi vi ikke bare fokuserer hva og hvordan, men også hvorfor.

Det finnes instruksjoner for hvordan man gjør utregninger med en abakus, og det finnes nyttige beskrivelser til andre hjelpemidler. Denne boken omhandler derfor bare i liten grad slike områder. Vårt håp er å gi deg innsikt i hvordan et barn som er sterkt synshemmet kan forholde seg til ulike matematikkproblemer, og hvordan du som lærer kan skape interesse for faget.

Mange hyggelige tilfeldigheter ga oss ideen til å skrive denne boken. På en ICEVH-konferanse (i dag ICEVI) i Budapest i 1995, kom Emmy Csocsán i kontakt med Oliv G. Klingenberg. På den tiden arbeidet E. Csocsán som foreleser og forsker i matematikk ved spesiallærerskolen i Budapest, og O. Klingenberg arbeidet som konsulent ved Tambartun kompetansesenter i Norge. Kontakten ble knyttet fordi de begge holdt på med studier omkring matematikkforståelse hos blinde barn.

Et nordisk matematikkseminar i Helsinki våren 2000 ble startskuddet til vårt prosjekt. Hovedtaler Emmy Csocsán hadde fått resultatene fra Oliv Klingenbergs undersøkelse og også fått høre om spesialpedagog Kajsa-Lena Koskinens arbeid. Solveig Sjøstedt, som var i ferd med å gå av som rektor ved den Svenska skolan för Synsskadade i Helsinki, tilbød seg å samle materialet. Et av resultatene fra Helsinki-møtet var altså at vi bestemte oss for å skrive en bok til lærere som underviser blinde barn i matematikk.

Emmy Csocsán har deltatt i et forskningsprosjekt sammen med Ann Ahlberg ved Universitetet i Gøteborg, Sverige. Oliv Klingenberg har basert noe av sine studier på de resultatene som E. Csocsán og A. Ahlberg har beskrevet. Den teorietiske delen i denne boken bygger derfor i stor grad på den forskningen som er gjort av Csocsán og Klingenberg. Den praktiske delen er basert på flere tiår med undervisningserfaring hos alle forfatterne av boken.

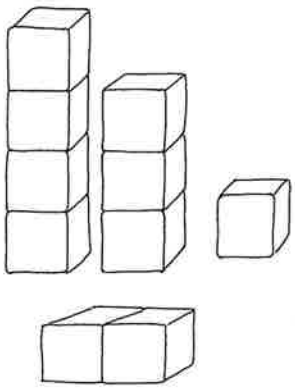
Siden denne boken er et resultat av et internasjonalt samarbeid, ville det vært en umulig oppgave uten hjelp av bidragsytere. Vi vil uttrykke en stor takk til Svenska Kulturfondet (Finland), De Blindas Vänner r.f. (Finland), Svenska Blindskolföreningen r.f. (Finland), Svenska skolan för synsskadade (Finland) og Tambartun kompetansesenter (Norge).

Dr Emmy Csocsán
University professor
Universität Dortmund
Germany

Oliv Klingenberg
Master of Special Education
Educator for Visually Impaired
Tambartun kompetansesenter
Norway

Kajsa-Lena Koskinen
Master of Education
Principal
Svenska Skolan för
Synskadade
Finland

Solveig Sjöstedt
Master of Education
Part time lecturer
Åbo Akademi University
Finland



I

INNLEDNING

Et barn med en omfattende synshemming og et barn som har normalt syn vil oppleve de fysiske og sosiale omgivelsene forskjellig. De to vil også kunne oppleve aspekter i matematikken forskjellig. Utviklingsfasene synes å være de samme, men det kan være forskjeller både med hensyn til læringstid og resultat. Noen ferdigheter og begreper utvikles parallelt, andre tar lengre tid å utvikle når barnet er synshemmet. Noen barn har mange erfaringer og noen har få, men et sterkt synshemmet barn vil ha kvalitativt andre erfaringer enn et seende barn.

Det at sterkt synshemmede barn erfarer omverdenen forskjellig fra "vår seende verden" kan føre til problemer både i grunnskole og i videregående skole. Sammenlignet med seende barns begrepsforståelse blir synshemmede barn ofte vurdert til å være forsinket på mange områder som er viktige for matematikkforståelsen. Noen av elevene kan senere oppleve at problemene avtar, men det er også noen som opplever en forsterkning av problemene oppover i skoleårene.

En sammenligning mellom grupper av seende barn og grupper med synshemmede barn skjuler på sett å vis de elevene som mestrer matematikkfaget og skolebegrepene godt. Et gjennomsnitt viser ikke mangfoldet som gruppen representerer, og vi har erfaring for at noen elever mestrer matematikkfaget godt. Vi vet derfor at vansker i matematikk ikke kan forklares bare basert på synshemmingen.

I denne boken ønsker vi å diskutere spørsmål som kan være aktuelle for lærere som underviser synshemmede elever. Mange blinde elever er verbalt dyktige og noen bruker kanskje uttrykk som de har lært utenatt. Først på et senere tidspunkt kan det vise seg at det er grunnleggende mangler i matematikkforståelsen. Vi vil hevde at det er enkelt å undervise en elev som er synshemmet, men at det er en kunst å gi synshemmede en virkelig god undervisning.

Egenaktivitet gir mange sanseerfaringer, og sensoriske erfaringer er en vesentlig forutsetning for å utvikle en grunnleggende kompetanse i matematikk. Vårt mål med denne boken er å dele noen tanker om hvordan vi kan legge til rette for egenaktiviteter som passer synshemmede barn slik at vi kan redusere elevenes problemområder.

Vår hypotese er at det i hovedsak er tre problemer knyttet til undervisningsprosessen som kan forårsake vansker:

For det første – mangelfulle kunnskaper om hvordan en elev som har en synshemming organiserer sensoriske "input" og mentale representasjoner.

For det andre – mangel på egnet undervisningsmateriell.

For det tredje – misforståelse i kommunikasjon mellom elev og lærer.

Vi vil beskrive både forskningsresultater og egne erfaringer i håp om å belyse problemområdene. I tillegg vil vi gi eksempler på aktiviteter som kan passe godt for både taktil/haptisk og auditiv sansekanal. Eksemplene som blir trukket fram kan brukes for hele klassen. Når det gjelder undervisningsmateriell, er det viktig at læreren kjenner de spesielle behovene som en blind elev har. Undervisningsmaterialet som blir presentert i denne boken passer både for blinde og seende elever, og vi vil til en viss grad foreslå hvordan man velger ut og bruker læremidler i undervisningen.

I kapittel 2 hevder vi at blinde og seende elever har de samme mulighetene for å lære matematikk, men at et synstap medfører at noen områder blir ekstra utfordrende. Dette gjelder i særlig grad geometri. Det er blant annet viktig å forstå at blinde elever trenger mer tid enn sine seende klassekamerater.

I kapittel 3 vil vi ta deg med på en fascinerende reise som handler om tallbegrepets historiske utvikling. Teori om tallbegrepets utvikling er sammenfallende med teori om hvordan hvert enkelt barn utvikler sin oppfatning fra det enkle til det avanserte tallbegrepet. De samme utviklingsfasene finner vi også hos blinde barn, slik du vil se fra forskningen i kapittel 5.

I kapittel 4 belyser vi sammenhengen mellom de ulike kompetanseområdene i matematikklæringen. Med utgangspunkt i relevant litteratur gir vi en kort oversikt over de utviklingsstegene som er elementene i barns kompetanse i matematikk. Hvordan en synshemming kan influere på de ulike stegene er vist i kapittel 5, der vi også beskriver noen metodiske konsekvenser.

Kapittel 6 omhandler grunnleggende metodiske prinsipper, og noen eksempler på egnede modeller i matematikk for blinde.

Det finnes mye undervisningsmateriell i matematikk til bruk i grunnskolen. I kapittel 7 omtaler vi noe materiell som også er egnet for synshemmede elever. Et godt undervisningsmateriell kan hjelpe den blinde eleven til å forstå ulike matematiske ideer. Vi har satt opp noen kriterier for hva en bør ta hensyn til ved valg av læremidler til en synshemmet elev. I kapittel 8 gir vi eksempler på hvordan materialet kan brukes. Vi gir også ideer til egnede spill og aktiviteter som kan brukes i klasserommet.

Denne boken er et godt eksempel på internasjonalt samarbeid. Målsettingen er at arbeidsgruppen skal produsere boken på seks ulike språk. Vi har også en målsetting om å lage ytterligere materiell som kan brukes i tillegg til denne grunnboken.

Før vi begynte dette arbeidet gjennomgikk vi læreplanene i matematikk i de landene vi representerer. I Finland og Tyskland er bare hovedområdene nevnt, mens den norske læreplanen inkluderer både filosofiske tanker og pedagogiske spørsmål. Den ungarske læreplanen beskriver målene i slutten av 4. klasse. Når vi sammenligner de ulike læreplanene ser vi at hovedområdene er sammenfallende. Våre erfaringer er også sammenfallende med hensyn til at det gjerne er en viss diskrepans mellom læreplaner og framstilling i skolebøkene. Du vil finne de ulike læreplanene (opp til 4. klasse) i Appendiks B.

II

OMRÅDER SOM EN MÅ TA HENSYN TIL NÅR DET GJELDER MATEMATIKK OG BLINDE BARN

Å undervise i matematikk på småskoletrinnet betyr først å fremst å hjelpe elevene til å bruke og organisere sine hverdagserfaringer. Hovedmålsettingen for undervisningen på dette trinnet er at elevene skal utvikle en større bevissthet for tall, og at de skal beherske ulike relasjoner og dimensjoner. For å følge prinsippet om "aktiv undersøkende læring", er det lærerens oppgave og ansvar å organisere et best mulig læringsmiljø for elevene i klassen. Dette krever blant annet at læreren har kunnskaper om hvordan barn lærer. Forskning har vist at bortsett fra noen fellestrekk, utvikler hvert enkelt barn aritmetisk kompetanse på sin spesielle måte (Ahlberg 1997, 2000). Disse forskjellene kan i stor grad knyttes til barnets *sensoriske erfaringer*. Kanskje er det ukjent at noen blinde elever på småskoletrinnet har vanskelig for å oppfatte mengdeaspektet gjennom den taktile sansen (berøring). Dette gjelder både mengder som kan telles (diskontinuerlige, et antall) og mengder som ikke kan telles (kontinuerlige mengder, et omfang – som væsker og andre hulmål). En slik vanske har betydning også for evnen til å forstå sammenhengen mellom deler og helhet i tall.

Med utgangspunkt i egne erfaringer vil vi kort beskrive områder som elever som har en synshemming kan ha problemer med.

➤ *Generalisering. Å finne likheter mellom ulike aktiviteter i klasserommet og i hverdagslivet*

Ulike sensoriske erfaringer gir ulik informasjon. Eksempel: En seende elev har mange erfaringer med trekantformen. Selv om gjenstander har forskjellig størrelse, farge, osv, evner barnet allikevel å "fange" formen (generalisere formen). En elev som er blind kan også ha mange erfaringer med trekantede gjenstander, men det er vanskelig å legge merke til og generalisere form ut fra disse objektene. Gjenstandene kan for eksempel være for store til å utforske, eller materialet kan være annerledes enn det barnet kjenner fra før. Gjenstandene har mange egenskaper som er mer framtredende enn form. Hvis vi observerer et barn på 5- 6 år, som har noen geometriske brikker framfor seg, kan vi se at han først undersøker hvilke lyder som kan lages med brikkene og ikke hvilken form de har.

➤ *Omsette aktiviteter og handling til et matematisk språk*

For et barn som har en alvorlig synshemming vil det være vanskelig å få en helhetlig oversikt over det som skjer i omgivelsene. Slik er det også i klasserommet. De seende elevene ser hverandre samtidig som de arbeider, og kan derfor få

mange ideer til hvordan et læremiddel kan brukes. Lærerens forklaringer blir også understøttet gjennom at elevene kan følge demonstrasjonene. Eksempel: Uttrykket motsatt side vil kanskje ikke ha samme mening for den blinde eleven som for resten av klassen, fordi det er mer naturlig taktilt å knytte begrepet til side (motsatt side) enn til en romlig utstrekning. Hvis oppgaven er å finne to motsatte vinkler i et kvadrat, vil den blinde eleven trolig fokusere på vinklene som har sidemessig tilknytning (ligger nærmest hverandre) i motsetning til vinkler som har med utstrekningen (dybden, det spatiale) av figuren å gjøre.

➤ *Å lære seg tallbegrep uten å knytte dette til sensoriske erfaringer og uten å overføre dette til virkeligheten*

Mange blinde barn memorerer lange verbale tekster og ulike tallfakta bedre enn seende barn. Problemet er imidlertid at disse ferdighetene ikke nødvendigvis er forankret i konkrete erfaringer. Elevene mangler ofte erfaringer det er naturlig å vise til i undervisningen, men kan ha akustiske opplevelser med antall som læreren ikke forstår betydningen av.

➤ *Erfaring med tellbare (diskontinuerlige) og ikke tellbare (kontinuerlige) mengder, samt sammenhengen mellom deler og helhet i tall*

For å kunne forstå sammenhengen mellom deler og helhet i tall, er det to typer mengdeerfaring som er nødvendig. Det er likeså viktig å kunne håndtere og sammenligne volum (omfang) som det er å håndtere samlinger (antall). Hverdagslivet gir mange erfaringer også med førstnevnte gruppe. Det kan være det å dele en brusflaske eller en sjokoladeplate, skjenke melk og dele en bolledeig. Problemet er at blinde barn gjerne får få utfordringer av denne typen. Årsaken til at synshemmede barn ikke får slike erfaringer ligger ikke i at oppgaven er for vanskelig, men mer at det er tidkrevende, det blir gjerne en del søl, det er uhygienisk at maten blir berørt med fingrene, osv.

➤ *Å arbeide med dimensjoner*

Forståelse for "mindre enn" og "større enn" eller "lengre" og "kortere" er abstraheringer fra erfaringer med å sammenholde ulike størrelser (høyde, vekt, bredde, osv.). Et barn som har en synshemming har begrensende muligheter til å gjøre en (samtidig) sammenligning av dimensjoner. Eksempel: For å kunne plassere gjenstander etter høyde er eleven avhengig av å sammenligne to og to av objektene. Tidsaspektet, og dermed hukommelse, i tillegg til det å kunne finne fram til de ulike gjenstandene (orienteringsaspektet) blir dermed viktige faktorer for å kunne lykkes med en slik oppgave. Resultatet av oppgaven ("bildet" av at gjenstandene står oppstilt fra liten til stor) vil heller ikke forsterke opplevelsen av begrepene på samme måte som det gjør for barn som ser. Igjen er det muligheten til å oppleve helhet som gjør det komplisert for blinde barn.

➤ *Å kunne endre metoder i problemløsning og i utregninger*

Eksempel: For å multiplisere to brøkuttrykk vil en dyktig seende elev gjerne forkorte brøkene slik at det blir lettere å utføre beregningene. Dette kommer blant annet som et resultat av at eleven ser alle tallene i sammenheng. En blind elev vil imidlertid ikke kunne få denne oversikten like lett.

$$\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{16}_{8}} \cdot \frac{\cancel{14}^{7}}{\cancel{15}_{5}} = \frac{7}{40}$$

Punktskrift gir dessuten ikke de samme mulighetene til å gjøre notasjoner som kladd på samme måte som vanlig skrift. En elev som bruker punktskrift foretrekker derfor ofte å multiplisere først og forkorte produktene etterpå. For eksempel 3/16 x 14/15 = 42/240 = 21/120 = 7/40. Eksemplet viser problematikk knyttet til utregning av et regnestykke, men problemområdet er knyttet til fleksibilitet i valg av metode i problemløsning generelt. Problemløsning henger sammen med evne til å kunne skape seg et helhetlig bilde (en helhetlig forståelse) for problemet.

$$\frac{3}{16} \cdot \frac{14}{15} = \frac{42}{240} = \frac{21}{120} = \frac{7}{40}$$

➤ *Å omkode og overføre tredimensjonale objekter til et todimensjonalt plan*

Eksempel: En blind elev kan vanskelig forstå en geometrisk tegning av en kube sett i perspektiv. Det er også vanskelig å forstørre og forminske todimensjonale tegninger.

Oppsummering

I vårt arbeid som matematikklærere har vi forsøkt å finne forklaringer til disse problemområdene, og vi har forsøkt å analysere hvilke forutsetninger elevene har i undervisningsprosessen. Ett problem som gjerne avdekkes er det vi kaller *tospråklig kommunikasjon* mellom lærer og elev. Dette kan være årsak til misforståelser i mange situasjoner, noe vi vil komme tilbake til senere i teksten.

III

TALLBEGREPETS HISTORISKE UTVIKLING

– En historie om hvordan menneskeheten har utviklet ideene om tallbegrepet

Flere forskere hevder at hver gang et barn tilegner seg den kulturelle forståelsen av tall og tallsystem, skjer det på samme måte som stegene i den historiske utviklingen. Dersom en mener at det er en slik sammenheng, innebærer det at det er nyttig for lærere å ha kunnskaper om den utviklingen tallbegrepet har gjennomgått når en skal planlegge egen undervisning. Når det gjelder sterkt synshemmede barn finnes det trolig noen forskjeller knyttet til bruk av hendene som telleredskap, men dette vil vi komme tilbake til senere i boken.

"Det var en gang" da menneskene ikke telte på den måten som vi gjør i dag, og da de heller ikke brukte abstrakte tall (Ifrah 1981; Butterworth 1999). Studier av ulike kulturer, og da særlig naturfolk, indikerer at våre forfedre brukte ord for mengder som var nært knyttet til den konkrete omverden. De brukte kvalitative aspekter ved mengder og dimensjoner mer enn kvantitative. Trolig spurte de heller "hvor mye" enn "hvor mange". Det er ikke enkelt å sette seg inn i denne tenkemåten i dag. Kanskje kan vi gjøre det ved å bruke en analogi til måten som vi i dag beskriver regnvær på. Vi bruker ord som yr, striregn, styrtregn osv. Noen språkforskere antar at slike nyanser vil forsvinne fra språket og bli erstattet med kvantitative standardiserte mål. Morgendagens mennesker og deres behov vil bestemme hvordan utviklingen vil være. Som urbane mennesker er vi i mindre kontakt med naturen og blir dermed mindre avhengig av den. Derfor kan vi anta at de få kvalitative termene vi benytter (om for eksempel regn), vil bli erstattet av mer presise beskrivelser.

Gjennom tidene har ulike aspekter i naturen vært hjelpemidler for å forklare og holde rede på mengder. Små antall er blitt sammenlignet med modeller fra virkeligheten. Fuglevinger kan ha vært symbolet for to, trekløver for tremengden, dyr for fire og hånd for begrepet fem. På denne måten har fuglevinger og trekløver vært modellmengder først for tanken og språket og etter hvert for det skrevne symbolet. Slike modeller er presise når mengdene er små.

For større mengder, som for eksempel behovet for å sjekke om alle medlemmene i en stamme var tilstede, eller om alle sauer var kommet tilbake til kvelds, eller for å holde rede på månefaser, ble det brukt ulike teknikker for å erstatte gjenstandene / objektene med et en-til-en materielt mellomledd. Det kunne være steiner, bein, knuter på en snor eller innskjæringer i tre eller bein. Ved å flytte en stein for hver sau som vendte tilbake om kvelden, kunne menneskene kontrollere at det var

samme antall som kom tilbake om kvelden som hadde dratt ut om morgenen. Ved å matche den første gruppen en for en med elementer i en annen gruppe, fikk de etter hvert et abstrakt begrep (tallordet) om det som var felles for de to gruppene. De forsto likhet mellom samlinger eller om en samling var større eller mindre enn en annen. Den materielle metoden hjalp dem til å huske antallet.

Det er gjort arkeologiske funn av innskjæringer i bein og stein som er mer enn 20 000 år gamle og som trolig viser en-til-en avbilding. Disse funnene viser en systematisk gruppering av innskjæringer. Når innskjæringer er organisert i samlinger, som et mønster, er det en indikasjonen på en numerisk forståelse. Men selv om vi har dette beviset på folks evne til å holde rede på antall og å telle, vet vi ikke om de hadde spesielle tallord i språket sitt.

Ulike kulturer har brukt ulike hjelpemidler i tellingen, men på et eller annet nivå antar man at de har brukt kroppen som telleredskap. Ved å berøre en og en finger, og etterpå kanskje albue, skulder osv i en fast sekvens, har alle folkeslag funnet et system for å telle. Disse bevegelsene var også "akkompagnert" med navnet på kroppsdelene. De har trolig startet med navn på de fem fingrene på den ene hånden og bygget opp et tallvokabular fra disse. Etter hvert som tiden gikk ble tellingen mindre og mindre knyttet til kroppsdelene, og på den måten ble navn i en spesiell rekkefølge halvabstrakte symboler uten at folk helt la merke til det. Navnene var blitt tallord.

Inuittene på Grønland er et eksempel på hvordan kroppen knyttes til tall og telling. De starter med navnene på fingrene på den ene hånden:

1 atuseq
2 mardluk
3 pingasut
4 sisamat
5 tatdlimat

Deretter regner de fingrene på den andre hånden:

6 arfineq (andre hånden)
7 arfineq-mardluk (andre hånden – to)
8 arfineq-pingasut (andre hånden – tre)
9 arfineq-sisamat (andre hånden – fire)
10 arfineq-tatdlimat (andre hånden – fem)

etterpå regner de tær:

11 arqaneq (første foten)
12 arqaneq-mardluk (første foten – to)
osv. til 15

Etter dette fortsetter de med den andre foten:

16 arfersaneq (andre foten)
17 arfersaneq-mardluk (andre foten – to)
etc. til 20.

20 arfersaneq-tatdlimat (andre foten – fem). 20 kalles også inuk nåvdlugo, som betyr "ferdigregnet mann". For å fortsette tellingen behøver de en ny person. Derfor er 32 inûp áipagssåne arqaneq-mardluk (andre personen – tolv), og 78 är inûp isamagssåne arfersaneq-pingasut (tredje personen – atten). For store tall bruker inuitene navn som er basert på danske ord: untrite (100) and tûsinte (1000).

Inuittenes grunntall er 20. Andre kulturer har brukt 12 eller 60, men 10 er det mest brukte grunntallet. Utgangspunktet for ideen om grunntall har trolig vært naturlige samlinger (fem fingre, ti fingre, tjue fingre og tær) og gradvis ble dette utviklet slik at størrelsen på en mengde kunne symboliseres med ett tegn. Grunntallene kunne bli symbolisert med steiner som var større enn enhetene eller med leirkuler (kapsler) som inneholdt en samling av mindre kuler. Disse kapslene ble gjerne prydet med ornamenter, og etter hvert ble selve ornamentet forbundet med den mengden som kapselen inneholdt. Ut fra ulike arkeologiske funn har en konkludert med at skrevne tallsymbol av denne typen (kileskrift) ble brukt så tidlig som 3000 år før Kristus.

De skriftlige tallsystemene er blitt klassifisert på følgende måte:

➤ Addisjonssystemet er et system der hvert symbol har sin egen verdi. Det er variasjoner med hensyn til hvor mange ulike tallsymbol som blir brukt, men det er et symbol for enheten, et for grunntallet osv. Hvis du skal skrive 4325 i addisjonssystemet skriver du 4 tusensymboler, 3 hundresymboler, 2 tiersymboler og 5 enersymboler (hvis grunntallet er 10).

➤ Kombinasjonssystemet utnytter både addisjon og multiplikasjon i skriften. For å skrive 4325 med dette systemet (når grunntallet er 10), brukes 4 enhetssymboler sammen med symbolet for tusen, 3 enhetssymboler sammen med symbolet for hundre, 2 enheter sammen med symbolet for ti og til slutt 5 entallssymboler.

➤ Den tredje gruppen utgjør posisjonssystemet. Dette systemet ble bare utviklet i fire kulturer. Babylonerne utviklet systemet 2000 f.Kr., kineserne gjorde det ved Kristi fødsel, mayafolket 200–400 e.Kr. og inderne 400 e.Kr. Inderne var de første som utnyttet tallet 0. De skapte dessuten de første ni siffersymbolene. Dette skjedde omtrent ved starten av vår tidsregning. Det tok altså om lag 30 000 år fra de første nedskrevne symbolene for enheten (1) og til vi fikk symbolet for tom mengde (0), de to symbolene som utgjør grunnlaget i dagens tekniske verden.

I mange kulturer har de brukt ett system for å telle og et annet for å gjøre avanserte utregninger. Sumererne brukte trolig små steiner (calculi) i sine matematiske operasjoner og utviklet dette til et abakussystem ca 2700 f. Kr. Deres abakus var basert på 60-tallsysstemet, men abakus ble utviklet i mange kulturer og med flere ulike grunntallssystemer. Noen brukte steiner, andre kuler, pinner, bønner eller brikker som ble flyttet i et tabellsystem som var risset opp i sanden, på en leirtavle, på et marmorbord etc. Noen eksperimenterte med sand på brett slik at de kunne skrive symboler direkte i kolonnene. Slike arkeologiske funn er tidfestet til perioden lenge før vår tidsregning. Fra ca 500 e. Kr. begynte menneskene i India, Arabia og Europa å skrive tallsymboler på brett, og dette er innledningen til vår skriftlige matematikk.

Det var ikke Nord-Europa som satte sitt stempel på utviklingen når det gjaldt det å skrive tall. I disse områdene ble romertallene brukt, men en vet at en munk innførte de arabiske tallsymbolene til Vest-Europa i år 980. Disse symbolene ble endret flere ganger før de fikk sin nåværende form på 1400-tallet. Indernes null (0) kom til Europa på 1300-tallet, noe som hadde stor betydning for algoritmeregningen. Algoritme er en betegnelse som kommer fra India og er et uttrykk for skriftlig regning. Helt fram til 1700-tallet var det en kamp i Europa mellom de som foretrakk å regne på abakus og de som ønsket algoritmeregning, og som altså sistnevnte gruppe vant.

Algoritmeregningen ble raskt utviklet på midten av 1700-tallet i takt med boktrykkerkunsten. Det er grunn til å anta at en av årsakene til at abakusen ble byttet ut med skrevne algoritmer var at man samtidig utviklet bedre skriveredskaper. Algoritmene ga dessuten bedre muligheter til å kontrollere de ulike fasene i utregningen.

Selv om man ennå bruker abakus i flere yrker i mange land, blir den sjelden brukt i Vesten. For blinde elever fungerer abakusen som et utmerket hjelpemiddel som absolutt kan konkurrere med skriftlige regneoperasjoner i punktskrift.

En annen interessant likhet mellom punktskrift og vanlig skrift er hvordan tallsymbolene blir skrevet og har vært skrevet. I punktskrift er sifrene 1, 2, 3 og til 0 representert ved de ti første bokstavene i alfabetet. Sammen med et eget talltegn utgjør bokstavene **a** til **j** altså disse tallsymbolene. Talltegn foran a representerer 1, talltegn foran b blir 2, osv.

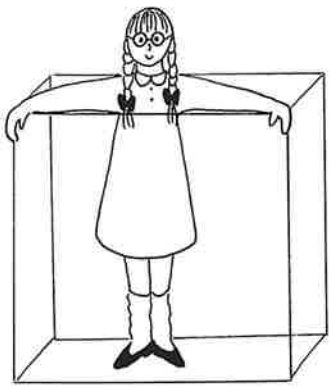
På samme måte har både grekere og arabere i en periode brukt bokstaver fra sine alfabet til å skrive tall. Bare tiden vil vise om dagens måte å skrive tall i punktskrift vil bli endret. Med utgangspunkt i det som skjer på datasiden, kan en kanskje anta at det vil komme en endring også i punktskrift.

Tallenes utviklingen (ord og skriftlig symbol) er ikke en lineær historie. Det har vært mange kromspring avhengig av variasjoner i behov og interesser. Men historien viser at nesten alle kulturer, uavhengig av hverandre, har utviklet redskaper til å symbolisere antall og systemer for å bruke disse symbolene slik at de kunne vise relasjoner mellom (tall)størrelser. Det er også interessant å konstatere at det finnes tydelige likheter med hensyn til hvordan tallsystem i ulike kulturer har utviklet seg. Disse likhetene er:

- Bruk av modellmengder for små tall.
- En til en korrespondanse med et materielt mellomledd.
- De skriftlige tegnene (eller det materielle mellomleddet) grupperes og organiseres i større mønster.
- Bruk av kropp og særlig hendene som hjelpemiddel til å gjøre oppregninger (telle).

Man kan også legge merke til hvor lang tid det tok fra de første skriftlige tallsymbolene og til det ble utviklet et posisjonssystem med ti signifikante tallsymboler. Dette bør vi ha i minne når vi skal undervise, og bruke som forståelsesbakgrunn for at elevene må beherske det uformelle og det formelle matematikkspråket før en introduserer de skriftlige symbolene.

I følge den forskningen som Butterworth har beskrevet i boken *"The Mathematical Brain"*, er vi født med en evne til å tenke tall og matematikk. En evne som er ferdig til å bli brukt uavhengig av om samfunnet har gode eller dårlige matematiske redskaper, men de kulturelle ressursene knyttet til ord og symboler har betydning for kapasiteten på denne medfødte evnen.



IV

UTVIKLING AV KOMPETANSE I MATEMATIKK

De kvalitative og kvantitative erfaringene som et barn gjør i førskolealderen har betydning for læringsprosessene i skolefaget matematikk. Utviklingen av alle kognitive funksjoner, så vel som psykomotoriske aktiviteter, spiller en fundamental rolle for utvikling av grunnleggende forutsetninger og ferdigheter i matematikklæringen. Å være vant til å håndtere gjenstander / objekter og å kommunisere med personer i omgivelsene er også viktige forutsetninger for utviklingen. Å erfare egenskaper ved objekter og personer er grunnlaget for å kunne sammenligne, gruppere og klassifisere. Aktiviteter i rom gir barn en anledning til å erfare og bruke dimensjoner og spatiale (romlige) relasjoner. Utvikling av persepsjon og oppmerksomhet influerer i stor grad på læringsprosessene i matematikk.

Det seende barnets første før-matematiske erfaringer er basert på en genetisk evne til med ett øyekast å oppfatte mengder ("subitizing") og å diskriminere mellom ulike kvaliteter som farge og form. Wynn (1992) har vist at 8–12 måneder gamle babyer, som selvsagt ikke har noen kompetanse på tallord, er i stand til å forstå meninger med enkle matematiske operasjoner. Det er ulikt syn på hva "subitizing" representerer, men evne til å gjenkjenne mønster synes å spille en viktig rolle i utviklingen av tallbegrepet (Neuman 1987; Brissaud 1992).

Butterworth hevder i boken *"The Mathematical Brain"* at vi er født med en "tall modus" (en tallsans), og at mennesket derfor er i stand til å forstå mengder og antall uten bevisst opplæring.

Følgende liste viser relevante evner som utvikles i førskolealder:

➤ *Oppmerksomhet i forhold* til forskjeller ved objekter, hendinger og personer.
➤ *Oppmerksomhet i forhold* til kvaliteter ved objekter, hendinger og personer.
➤ *Oppmerksomhet i forhold* til kvantitative dimensjoner: tyngde, lengde, dybde, bredde.
➤ *Oppmerksomhet i forhold* til forandringer (i omgivelsene, i samlinger med gjenstander, hos personer).
➤ *Gruppere objekter* og personer med utgangspunkt i kvalitet (kvantitet).
➤ *Klassifisere objekter* og personer og organisere hierarkier mellom grupper.
➤ *Opplisting* (seriasjon): Kopiere mønster; gjenta mønster på grunnlag av gitte kriterier, forståelse for regler
➤ *Telling.* Allerede tidlig i språkinnlæringen begynner barn å bruke tallord, men det er ord uten reell matematisk mening. Selv om de etter hvert bruker tallordene i

"riktige situasjoner", vil den matematiske forståelsen fremdeles være nokså begrenset. Også telleregler er i begynnelsen ramser / regler og ikke et redskap til å telle et antall. Gelman & Galistel (1986) har laget en oversikt over hvordan denne forståelsen utvikles:

En-til-en prinsippet: Hver eneste gjenstand i samlingen skal knyttes til ett tallord.
Rekkefølge prinsippet: Tallordene brukes i en bestemt rekkefølge.
Det kardinale prinsippet: Det siste tallordet representerer samlingens (mengdens) antall.
Det irrelevante rekkefølgeprinsippet: Det har ingen betydning hvilket tallord de ulike gjenstandene blir knyttet til, men hver gjenstand kan bare knyttes til ett tallord.
Abstraksjonsprinsippet: Hvis antall gjenstander i én samling er lik en annen samling, så blir resultatet av tellingen det samme.

Følgende liste viser relevante matematikkferdigheter som undervisningen i skolen må legge vekt på:

➤ *Verbalisering:* Barnet må lære hvordan en kan uttrykke sanseinntrykk og fortelle om aktiviteter. På skolen skal de lære mer om hvordan de kan knytte hverdagserfaringer sammen med matematikkspråket.
➤ *Forestilling* (fantasi): Eleven må kunne forestille seg og forstå en hverdagslig handling. For eksempel at hvis en søster og en bror begge plukker blomster til sin mor, og blomstene blir satt i samme vase, så vil antall blomster i vasen være det samme som summen av blomstene som ble plukket.
➤ *Forstå relasjoner:* Dette betyr at eleven erfarer sammenhenger i hverdagen og lærer forskjellen mellom relasjonene. Eksempel: I en familie er hvert familiemedlem i relasjon til de andre. Denne relasjonen kan både være symetrisk (jeg er din søster og du er min søster), men relasjonen kan også være knyttet til alder (like gammel, eldre, yngre). En av de viktigste relasjoner knyttet til tallbegrepet er del-helhet-relasjonen (se neste kapittel).
➤ *Forstå og bruke symboler:* Barn møter symboler på et tidlig tidspunkt i livet. For eksempel symboler på garderobeplassen, eller navn på en gruppe barn i barnehagen ("appelsin-gruppa"), eller at voksne kan lese symbolene (teksten) i en bok. Barn bruker logiske blokker som erstatning for andre objekter eller personer. Siffer – både i vanlig skrift og i braille – er symbol for et bestemt tall. For å illustrere aktiviteter på matematisk nivå trenger vi å bruke noen symboler som erstatning for verbale uttrykk. For å legge sammen bruker vi "pluss" (+) og for å ta bort bruker vi "minus" (-).

Mange av kompetanseområdene utvikles parallelt med hverandre, men innen alle områder vil det være ferdigheter på flere nivå. Et eksempel: Barn kan være dyktige til å si opp tallregla (de kan telle), men de kan allikevel ikke bruke tallregla til å telle gjenstander fordi de har dårlige taktile strategier. Et annet eksempel kan være et barn som har en velutviklet auditiv strategi, men på grunn av vanskeligheter i kommunikasjonen, så er han ikke i stand til å forklare sin tenkemåte.

Undervisningen må også legge til rette for at ferdigheter blir trenet og stadig forbedret:

- *Generelle kulturelle ferdigheter* som metakommunikasjon, verbal uttrykksmåte, lese og skrive, forstå og bruke skriftlige symboler
- *Konsentrasjonsevne og utholdenhet,* følge en forklaring og arbeide nøyaktig
- *Forstå og bruke det matematiske språket*
- *Logisk tenkning* blant annet i sammenheng med sant og usant, trekke slutninger, bevise en hypotese og være i stand til å argumenter med grunnlag i fakta.
- *Lære å bruke algoritmer* og praktisere dem inntil de blir automatisert

V

FORSKNINGSRESULTATER OG KONSEKVENSER FOR UNDERVISNINGEN

Mye forskning er gjort på området matematikk og blinde barn. Det meste av denne forskningen er basert på Piagets teorier knyttet til klassifikasjon, konservasjon og seriasjon. Forskningsresultatene er ikke entydige, men i det store og hele blir det konkludert med at blinde barn følger de samme utviklingsstegene som seende barn, men at det tar noe lengre tid. Usikkerheten ved flere av disse resultatene er at de bygger på tester som er utviklet med seende barn men tilpasset for å bruke til synshemmede. En må dermed kunne spørre om en visuell test, som for eksempel skal gi et bilde på barnets forståelse for konservasjon, "undersøker" det samme når den blir omgjort til taktil / haptisk modalitet.

Det har vært vanlig å sammenligne blinde barn mot normer laget for seende barn og relatert til kronologisk alder. Forskjellene som er påpekt er dermed knyttet til variabelen som skiller de to gruppene: Synstapet. Warren (1994) hevder at dette blir en overflatisk forklaring, siden den blant annet ikke tar hensyn til individuelle forskjeller hos barna. Han fremhever at forskningen i langt større grad bør rettes mot forskjeller innad i gruppen. Den forskningen og de resultatene som blir presentert i dette kapittelet har som målsetting å beskrive variasjoner og særtrekk ved synshemmede barns matematikkforståelse.

Ostad (1989) har i sin undersøkelse kommet fram til at sterkt synshemmede barn har en forsinket utvikling i den grunnlegende matematiske kompetansen. Han forklarer forsinkelsen med mangelfulle hverdangserfaringer.

Som forsker har E. Csocsán helt siden 1972 arbeidet med matematikkforståelse hos blinde barn. Med utgangspunkt i elever på ulike alderstrinn ved en blindeskole i Budapest har hun samlet data på mange matematikkområder. (En oversikt og en kort beskrivelse av disse studiene finnes i appendix A.)

Bruk av konkreter i læreprosessen

Csocsán har vist at når elevene skal bruke objekter i et spill eller i en oppgave, så bruker blinde elever mye tid på å undersøke objektene før de blir hjelpemidler i problemløsningen. (Nummer 3 på listen; "Logic game"). Hvis derimot den blinde eleven har brukt mye tid på å undersøke objektet, så husker de kvaliteter ved gjenstandene bedre enn seende elever. Resultatene viser også at blinde elever ikke fokuserer på størrelse på samme måte som seende barn gjør. Derimot var overflate en tydelig karakter ved objektene. Begge aldersgrupper (5 og 6 år) fokuserte på *form* og *materialkvaliteter* (metall, glass og plastikk).

Også andre forskere har vist at blinde og seende barn fokuserer på ulike aspekter når de håndterer gjenstander (Dunlea 1989). Å bruke konkreter i undervisningen kan derfor være vanskelig siden en bør være sikker på at alle har samme fokus. Videomaterialet fra Klingenberg sin undersøkelse viser to eksempler der den som intervjuer ikke forstår elevenes utsagn. Disse misforståelsene blir imidlertid ikke oppdaget under intervjuet, men blir tydelig under analysen av datamaterialet. Videoen viser at intervjueren fokuserer på problemstillingen, mens elevene trolig fokuserer på noe ved gjenstandene. Eksemplene gir derfor et bilde på at bruk av konkreter kan være vanskelig i undervisningen.

Fingrene som hjelpemiddel til å telle eller regne

Forskere har påvist at kroppen, og da særlig hendene og fingrene, har vært viktige elementer for utvikling av tallbegrepet (se kapittel 3). Dagmar Neuman (1987) har hevdet at hånda og fingrene er utgangspunktet for barns aritmetiske ferdigheter, men dette synes ikke å stemme for blinde barn. (Csocsán 1993, 1994; Ahlberg & Csocsán 1999).

Resultatene fra Csocsáns fjerde undersøkelse viser at evnen til å ha en bevissthet om fingerposisjon, spesielt med begge hendene parallelt, ikke er tilfredsstillende utviklet ved skolestart. Også seende barn har vanskelig for å bruke fingrene til å regne med hvis de ikke ser på dem samtidig. Mange observasjoner i undersøkelsen viser at blinde barn ikke bruker fingrene spontant for å regne med. Til tross for at flere av barna hadde lært hvordan en viser fram et bestem antall med fingrene (fingertall), brukte de allikevel ikke fingrene ved oppregninger eller i utregninger.

En av målsettingene med undersøkelsen (nummer 6 på listen) var å få fram hvordan sterkt synshemmede barn bruker hendene når de løser matematiske oppgaver. Man ville dessuten få svar på spørsmålet om blinde barn kan persipere sammenhenger mellom deler og helhet i tall gjennom opplevelse av mønster (Ahlberg & Csocsán 1994). Forskerne analyserte strategiene hos seks blinde barn fra Csocsan og Ahlbergs datamateriale "Structure of haptic experiences" fra Budapest. Det viktigste resultatet fra denne analysen viser at ingen av barna bruker fingrene spontant verken til å telle med, for å lage fingermønster eller for å løse aritmetiske oppgaver.

Csocsán sine resultater er bekreftet av Klingenberg, men undersøkelsen til Klingenberg viste en forskjell mellom de av elevene som hadde en funksjonell tallforståelse og de som ikke hadde en funksjonell tallforståelse. Når eleven ble bedt om å legge opp et bestemt antall fingre på pulten (fingertall), gjorde sistnevnte gruppe det ved legge en og en finger ned på pultflata. Disse bevegelsene var fulgt av telling, og noen av elevene hadde behov for å kontrollere bevegelsene med den ledige hånda. Dette var i tydelig kontrast til de elevene som hadde en funksjonell tallforståelse. Denne elevgruppen kunne plassere riktig antall fingre på bordet i én bevegelse. 8 ble vist som en hånd og tre fingre eller fire fingre på hver hånd, men begge løsninger ble utført i én (simultan, samlet) bevegelse,

som om disse elevene hadde "antallsopplevelsen i kroppen". Det skal her nevnes at elevene i den norske undersøkelsen var eldre enn de ungarske elevene. Heller ikke i den norske undersøkelsen brukte elevene fingrene som hjelpemiddel til å løse aritmetiske oppgaver.

Blinde barn bruker hendene som et hjelpemiddel til å utforske verden. Fingrene er blant annet et hjelpemiddel til å holde oversikt over mengder, på samme måte som synet er det for seende barn. Måten som elevene bruker hendene og fingrene på kan si mye om elevens tallforståelse. I undersøkelsen "Touching Strategies" (nummer 5 på Csocsáns liste) ble de 27 elevene bedt om å bruke små klosser til å lage like store mengder (grupper). De skulle også gjenkjenne relasjoner (færre, flere, likt antall) mellom samlinger med ulikt antall, og knytte tallord til mengdene.

De mest framtredende resultatene var:

➤ Ingen av elevene ga uttrykk for at de tenkte på taktile modeller i problemløsningen.

➤ Videoopptakene som ble brukt for å teste barnas erfaring med diskontinuerlige (tellbare) mengder viser at de taktile strategiene hos små barn har en tilfeldig karakter.

➤ Måten som berøringen gjøres på har betydning for kvaliteten på informasjonen som blir hentet. Dette gjelder både størrelse på elementene, antall elementer, kvalitative egenskaper ved elementene, posisjoner og størrelsen på området som blir undersøkt. Eksempel: Mange av barna kunne løse verbale regneoppgaver i tallområdet opp til 10, men de hadde vansker med å håndtere samme antall konkrete gjenstander.

➤ Barna benyttet mange ulike spontane taktile strategier. De elevene som håndterte gjenstandene *effektivt, det vil si de brukt begge hendene samtidig,* hadde bedre tallforståelse enn de som tok ett og ett element. Disse analysene er siden blitt bekreftet i *Göteborg-prosjektet*. Å gruppere elementer og samtidig oppfatte antall gjennom følesansen er en forutsetning for at sterkt synshemmede barn skal kunne utvikle en funksjonell tallforståelse. Gjennom å gruppere gjenstander og oppleve deler av et tall med begge hender får barnet hjelp til å forstå hvordan tall er strukturert og kan på denne måten utvikle forståelse for sammenhenger mellom deler og helhet.

Det første resultatet hos Csocsán, ingen mentale taktile modeller, kan sees i kontrast til Klingenberg sine resultat. I hennes studie fortalte tre av elevene at de tenkte på konkrete gjenstander i problemløsningen. I den første undersøkelsen (den ungarske) skulle elevene bruke konkretiseringsmateriell, mens i den andre (den norske) løste de verbale problemstillinger som omhandlet velkjente situasjoner (penger i lommen, skolebøker i klasserommet).

To studier om talloppfatninger hos blinde barn

De resultatene som vi nå vil presentere er hentet fra to ulike studier. Både Csocsán og Klingenberg har studert tallforståelse hos blinde barn, og begge har brukt en fenomenografisk tilnærming. Fenomenografisk metode vil si å analysere og beskrive hvordan en person oppfatter, forstår og lager seg en forestilling om ulike fenomener i verden (Marton & Booth 1997).

Fenomenografisk forskning har som mål å karakterisere menneskers erfaring. Man fokuserer ikke bare på graden av abstraksjon om hvordan et menneske tenker, men snarere en fenomenologisk synsvinkel der en retter seg inn mot hvordan verden (fenomenene) blir forstått. Den sentrale ideen er å forstå meningene som ligger til grunn for en persons ytringer eller handlinger, og dette gjøres gjennom tolkning av et datamateriale (Ahlberg, 2000).

I følge Marton og Booth (1997) er det to viktige spørsmål som man bør besvare når man arbeider fenomenografisk. Det er for det første hvilke oppfatninger som faktisk finnes og for det andre om det er sammenhenger mellom disse oppfatningene. I Csocsán og Klingenberg sine studier var målsettingen å analysere hvordan blinde barn løser matematikkproblem, beskrive hva elevene gjorde og sa, og på den måten få tak på elevenes tallforståelse.

Det empiriske materialet i begge studier ble samlet fra videoopptak av intervjuer med elevene. Alle elevene fikk oppgaver og spørsmål etter samme prosedyre i sammenheng med oppgaveløsningen: Eleven fikk en oppgave og ble spurt om han kunne beskrive og forklare hvordan han hadde tenkt. Eksempel: hvordan vet du det? Hvordan kom du fram til det? Kan du fortelle hvordan du gjorde det da du løste den oppgaven?

Problemformuleringene i de to studiene hadde mange fellestrekk, men de 25 ungarske elevene var yngre enn de åtte norske. Alle elevene var født blind, men ingen andre påviste tilleggshandikap. To elever hadde lyspersepsjon.

Elevene fikk ulike verbale problemstillinger som omhandlet addisjon, subtraksjon (lineære oppgaver: $a \pm b = ?$) eller åpne problemstillinger ($a \pm ? = c$ eller $? \pm b = c$). Det ble brukt et bredt spekter av tallstørrelser for å belyse elevenes måter å hanskes med tall. Det matematiske innholdet var satt i tre ulike sammenhenger.

Hverdagsproblemer: Barnet ble bedt om å løse oppgaver som "hvis du har tre kroner og jeg gir deg tre kroner. Hvor mange kroner har du til sammen da?"
Kontekstuelle oppgaver: Denne oppgavetypen kommer opprinnelig fra et dataprogram som Ekeblad (1996) har brukt i en studie. Situasjonen ble beskrevet gjennom en fortelling om en baker som baker boller og en "bolletyv" som stjeler noen av dem. Etter fortellingen fikk eleven oppgaver i tilknytning til historien. Den første oppgaven var: "Bakeren tar 6 boller ut av ovnen. Han setter dem på benken

slik at de kan bli avkjølt, og går en tur mens han venter på at de skal bli avkjølt. Når han kommer tilbake kan han se at tyven har vært der og tatt tre boller. Hvor mange boller er det på brettet?" De ungarske elevene ble tilbudt klosser og tegneark i plast for at det skulle bli enklere for dem å forstå sammenhengen.
Oppdelingsoppgaver: Dette er en variasjon over "Gjette-lek-oppgaver" som Dagmar Neuman (1987) har brukt i sitt arbeid. Leken ble gjennomgått grundig slik at en kunne være sikker på at eleven hadde forstått den. Eleven ble bedt om å telle opp ni mynter som lå på bordet og fortelle hvordan disse kunne fordeles mellom to hender. (I den norske undersøkelsen var det tolv klosser som ble fordelt mellom en liten og en stor eske). Eleven ble bedt om å gjette hvor mange mynter det kunne være i den første hånden (lille boksen) og deretter si hvor mange det måtte være i den andre (den store esken). Etter at de hadde kommet med et forslag, ble de spurt om det kunne være andre muligheter å dele myntene (klossene) på, og dette ble gjentatt helt til eleven ikke kunne finne flere oppdelinger. De elevene som var i stand til å lage oppdelinger med de ni myntene, fikk også samme type oppgave med 13 mynter.

Resultater fra de to studiene

I denne presentasjonen vil vi beskrive variasjonen av løsningsmåter. Vi bruker uttrykket "forholde seg til" for å beskrive hvordan elevene gikk fram for å løse oppgavene og hvordan de kom fram til svaret. "Forholde seg til" uttrykker mer presist kompleksiteten i elevenes handling under løsningen av oppgaven enn ordet "strategi". Måten som elevene forholdt seg til tall på ble sett i sammenheng med måten som de erfarte tall på. I denne presentasjonen vil derfor alle måter å forholde seg til tall på bli etterfulgt av beskrivelse av elevenes talloppfatning. Strukturen i beskrivelsen og analysene er det samme som Ahlberg (1997) har brukt.

Barna i de to undersøkelsene brukte seks ulike måter å forholde seg til tall på:

- gjengi et tallord
- estimere
- gjengi en (tall)del i en samling
- telle
- utføre operasjoner
- bruke kjente tallfakta

Sett i sammenheng med måten som elevene forholder seg til tallene på, kan vi si at de erfarer tall på fem ulike måter: tallord, omfang, modellmengder, posisjoner i en sekvens og mengdestrukturer. Resultatene viser at det ikke er en en-til-en sammenheng mellom måter å forholde seg til tall på og måter å oppfatte tall på. En måte å forholde seg til tall på kan være grunnlagt i flere talloppfatninger.

Gjengi et tallord og talloppfatning
Denne måten å forholde seg til tall på inkluderer alle løsninger der elevene svarte på problemet uten at de tellet eller brukte en eller annen form for utregningsprosedyre for å finne et eksakt antall. Det er ikke uvanlig at små barn sier et tall i tilknytning til en matematisk problemstilling. De gjetter. Undersøkelsene viser imidlertid at også elever som er både 10 og 12 år forholder seg til oppgavestillinger på denne måten. Vi har funnet fire ulike løsninger: omtrentlige tallord, suksessive tall, like tall og "tier-tall". I de tilfellene når elevene bruker omtrentlige tall sier de et tallord uten at det kan knyttes til problemstillingen. Tallet kan være helt utenfor det tallområdet som oppgaven omhandler. Noen ganger svarer disse elevene med et tall som finnes i oppgaveteksten. I de tilfellene når elevene sier suksessive tall fokuserer de trolig på tall som følger hverandre i tallrekken. Når de sier tiertall, fokuserer de på sammenheng mellom et tallord i oppgaveteksten og kunnskaper de har om skriftlige tallsymbol.

Christine (9 år) sier:
C: "Alt med tre er tretten, ikke alt men noen".
og et annet eksempel:
I: Hvis du har 14 kroner og skal kjøpe en iskrem som koster 8 kroner. Hvor mange kroner har du da tilbake?
C: Fjorten, det er en tier og fire, nei jeg gjetter at det er atten.
I: Hvorfor gjetter du på atten?
C: Jo, fordi det kan det være for vi sier atten når vi skriver åtte. Ja fordi jeg tenkte på det inni hodet mitt, jeg bare gjettet at det vil være riktig. Ja, fordi jeg tenkte på de derre tiertallene.

Når elever sier tallord oppfatter de tallene som ord og synes ikke å ha oppfattet at det er et eksakt antall.

Små barn svarer av og til med et omtrentlig tallord, ofte det siste tallet som er nevnt i en problemstilling. De fokuserer på tallordene uavhengig av tallverdi og tallsekvens. Når de fokuserer på tallord reflekterer de ikke over kvantitative sammenhenger mellom deler og helhet, og svarene inkluderer ingen forståelse eller refleksjon omkring sammenheng til tall i oppgaveteksten. Elevene bruker også tall som ord i en annen form for gjetting: Like tall. Da fokuserer de på ett av de tallene som er nevnt i oppgaven, og da helst det tallet som er nevnt sist. Også elever som har en bedre utviklet forståelse for mengdeaspektet (kardinalitet) og som bruker andre løsningsstrategier, kan si samme tall når det er snakk om deling i en sosial kontekst. Den tredje måten, som er brukt av de yngste, var å si suksessive tall. De fokuserer på tall ved siden av hverandre i tallrekka og de oppfatter tall som tallord som er knyttet til hverandre i tallsekvenser. Den siste måten, tier-tall, er trolig et resultat av undervisnings-tema på skolen. Elevene har lært rent teknisk å lese og skrive tall, og de har lært noe om sammenhengen mellom tall og grunntall.

Når eleven kommer opp med svartall som er suksessive tall i forhold til tall i oppgaveteksten, har de ingen ide om sammenhengen mellom tallstørrelsene i problemstillingen. Svarene er ikke i nærheten av riktig svar, og ofte er svaret langt utenfor aktuelt tallområde.

Å gjengi et tall fra oppgaveteksten er en måte som er mest brukt av små barn, men etter hvert som de blir eldre og mer oppmerksom på et nøyaktig antall, vil de i større grad forsøke en prosedyre for å komme fram til svaret. Imidlertid viser resultatene at når tallområdet er ukjent (for store tallstørrelser), gjetter også eldre elever.

Selv om elevene ikke fokuserer på antallsegenskapen, kan de mestre noen handlings-pregede oppgaver. Eksempel: *Kan du gi meg sju kroner?* Resultatet her kan bli riktig fordi eleven koordinerer bevegelse og tallrekke (telling). Eleven sier: én (leverer en krone), sier to (leverer en krone) sier: tre (leverer en krone) osv. Handlingen stopper i det han sier det tallet som ble oppgitt (Sju). Det er altså bare ved å analysere måten som eleven løser mange problemer på, at en kan si at denne eleven fokuserer på tallreglen koordinert med bevegelser og ikke på antall kroner. Måten som eleven bruker hendene sine på under en slik oppgave, kan også si noe om tallforståelsen.

Estimere og talloppfatning

Når elevene estimerer gir de svar som er mer realistisk. De kjenner ikke svaret som en kjent tallfakta, og de verken teller eller bruker annen utregningsprosedyre for å komme fram til svaret. Svaret fraviker imidlertid ikke mye fra det korrekte svaret og de har en vag ide om mengdeinnholdet i tallene. Vera (8 år) svarer på denne måten:

I: Hvor mange kroner er tilbake his du hadde tolv kroner og kjøpte en sjokolade som kostet 7 kroner?
V: 4.
I: Er du sikker?
V: 3 da.

Det er ikke sjelden at barn forholder seg til tall på denne måten når de løser oppgaver. Barn som estimerer et sannsynlig resultat er ikke sikker på svaret og de er ikke bevisst et presist antall. De har en diffus opplevelse av sammenhengen mellom deler og helhet ved tall og de oppfatter tallene hovedsakelig som omfang.

Gjengi en (tall)del i en samling og talloppfatning

Dersom talluttrykket i en problemstilling er lite (ikke større enn fire – fem) og beskrivelsen er godt kjent, vil noen elever være i stand til å si antallet ved å referere til deler av tallstørrelsen. De forholder seg til problemet ved å si det som de forestiller seg, selv om de ikke kan beskriv tenkningen sin med matematiske termer. Tallordene er sterkt knyttet til konkretene i problemformuleringen. Forskjellen mellom denne måten å forholde seg til tall på og den forrige (estimering) er knyttet til tallstørrelsene i problemstillingen. I ingen av tilfellene bruker eleven en utregningsprosedyre for å finne svaret.

Gunnar (12 år) kan finne riktig svar når problemet har form som et lineært uttrykk og det er små tall (+ 2, 3 og 4). Utover slike tallstørrelser og oppgavetyper estimerer han, eller gjengir (tall)deler i små samlinger.

I: Tenk deg at du har fire krone ri lomma di
G: mmm
I: når du går ut, men når du kommer hjem har du bare to kroner i lomma. Hvor mange kroner har du mistet?
G: Hvor mange kroner jeg har mistet?
I: Ja
G: 2
I: Hvordan fant du ut det?
G: Mnn, jeg vet ikke
I: Regnet du det ut eller kanskje du telte?
G: Nei
I: Tenkte du på at du hadde fire kroner i lomma di?
G: Ja
I: Er det slik at du nesten kan se for deg de fire kronene, og at to er forsvunnet?
G: Mmm, ja

Telle og talloppfatning.
Telling er et uttrykk for flere ulike tellemåter som elevene bruker når de løser oppgavene. Noen ganger persiperer (opplever) elevene tallstørrelser uten at de behøver å holde rede på hvor mange tallord som de lister opp (teller), andre ganger bruker de en prosedyre for å holde oversikt over antall tallord som de lister opp. Når de ikke bruker noen prosedyre for å holde rede på hvor mange tall de teller, bruker de hørselen. De teller forover eller bakover og bruker bare én tallinje. Når de bruker en prosedyre for å holde orden på hvor mange tall de teller, forholder de seg til to tallinjer. Vi kaller dette dobbeltelling.

Når elevene teller & hører, bruker de altså én tallinje. De teller høyt og lytter til sin "indre stemme" og persiperer på den måten antallet uten at en kan observere noen form for prosedyre for å ta rede på antall opplistede tallord. Noen ganger teller de ett og ett tall i en jevn rytme og noen ganger grupperer de tallene. Noen elever har utviklet dette svært godt slik at de er i stand til å høre et stort antall tallord (10-18 enheter).

Viktor (71/2 år) sier tallrekken og lytter samtidig til sin indre stemme
I: Hvor mange kroner er 16 og 8 kroner til sammen?
V: 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24.
I: Hvor mange er det?
V: 24.

Marci var 7 år, og han var en av de elevene i undersøkelsene som mestret en slik hørestrategi aller best.

I: Hvis bakeren baker 24 boller og det bare er 6 tilbake (da han kom tilbake), hvor mange hadde tyven tatt da?
M: (5 sekunder) 18.
I: Hvordan vet du det?
M: En og en.
I: Kan du vise meg!
M: 23, 22, 21, 20, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6.
I: Hvordan vet du at det er 18 tall?
M: Inni hodet mitt.

Noen ganger grupperer elevene tallene på en akustisk måte. De sier gjerne at de teller med toere eller treere. Selv i disse tilfellene lytter de til hvor mange tall som blir sagt.

Når elevene teller, er tallene tellbare, og de kan brukes til å finne et eksakt antall. De teller oppover eller nedover på tallinja uten at en kan se at de bruker noen spesiell metode for å ta rede på hvor mange tall som blir tellet. De oppfatter antallet ved å persipere hvor mange tallord som de sier (høyt eller stille). Når de gjør dette er oppmerksomheten først og fremst rettet mot tallenes posisjon på tallinja (ordinalt), men de teller også tallene utskilt fra tallinja, og oppfatter tall som antall (kardinalt). De tar rede på hvor de skal stanse tellingen fordi de også oppfatter tall som omfang. På denne måten oppfatter de samtidig de tre aspektene ved tall. Noen ganger hører og grupperer de tallene. Brukt på denne måten viser de at de oppfatter tallene både som enheter og sammenknyttede elementer.

Når elever bruker dobbeltelling bruker de en eller annen prosedyre for å holde rede på hvor mange tall som telles. I dobbeltelling er det to parallelle tallinjer som må telles. Denne strategien er av noen forskere holdt for å være en avansert måte å forholde seg til tall på (Fuson & Hall, 1978). Eleven sier tallord og teller stegene oppover eller nedover. De teller oppover en tallinje og nedover en annen, eller mer vanlig oppover på begge.

Rosza ($5^1/_2$år) teller på to tallinjer. Først gjør hun en feil:

I: Hvis jeg tar 5 mynter i den ene hånden. Hvor mange har jeg da i den andre? (se beskrivelse av oppgaven først i dette kapittelet. Opprinnelig 9 mynter)
R: 3.
I: Hvordan vet du det?
R: På samme måte som tidligere: 6,1; 7,2; 8,3; 9,4. Det er 4 i den andre.

Utføre operasjoner og talloppfatning

Noen av elevene adderer, subtraherer og multipliserer tallene i oppgavene. Oftest adderer og subtraherer de en for en. En annen måte å utføre operasjoner på er å gruppere tallene i toere, treere, firere, tiere eller andre faktorer. En tredje måte er å utlede tallfakta.

Elevene grupperer noen ganger tallene og adderer eller subtraherer to, tre eller til og med fire tall i ulike kombinasjoner. De teller ikke tallordene et for et, ei heller ser de for seg helheten umiddelbart. De kommer fram til svaret ved å addere eller subtrahere små talldeler. De forklarer ofte spørsmålet om hvordan de kommer fram til svaret ved å si at de adderte eller subtraherte med toere eller treere slik som Attila (8 år) gjorde:

I: Hvor mange boller hadde bakeren bakt dersom tyven tok 3 og det var 4 tilbake?
A: ....7.
I: Hvordan vet du det?
A: 7-4=3.

I: Hvordan fant du 7?
A: I toere.
I: Hvordan?
A: 2,4, 6, 7. jeg gjorde det på den måten.

Her er et annet eksempel som inneholder både addisjon og subtraksjon. Det er Ann (8 år) som adderer for å finne hele samlingen og deler (subtraherer) samtidig slik at hun vet at hun har tatt med alle bøkene:

I: Hvis du har 16 bøker og får enda 8 i tillegg. Hvor mange bøker har du til sammen da?
A: (6 sek. pause) 24
I: Hvordan fant du ut det?
A: Jeg telte at 16 pluss 2 er 18 pluss 2 er 20 pluss 4 er 24.

Noen elever fokuserer på strukturen i begge tall og transformerer strukturen i begge tall til en funksjonell form for kjente tallfakta. (Tallfakta, se neste beskrivelse).

Hans (12 år) har fått samme oppgave som Ann. Han svarer umiddelbart 24.

I: Hvordan fant du ut det?
H: Mnn. 4 ganger 4 er 16, og så hadde jeg 4 ganger 6 i steden. Det blir 24.

Som vi kan se splitter Hans begge tallene opp i firerstrukturer slik at det blir lett for ham å bruke kjent tallfakta i multiplikasjon. (16 som 4 firere, og 8 som 2 firere).

Når eleven utleder nye tallfakta skjer det ved å bruke andre tallfakta som er kjent på forhånd. Denne måten å forholde seg til tall på blir gjerne benevnt å utlede tallfakta (Carpenter & Moser, 1984). Det ser ikke ut til at blinde elever bruker denne måten i særlig stor grad.

Når eleven adderer eller subtraherer håndterer de tallene på tre ulike måter, og de oppfatter meningen med tallene på fire ulike måter. Utføre operasjoner en for en betyr at de kalkulerer i forhold til tallinjen og oppfatter tallene som tallord, men først og fremst oppfatter de tallene som posisjoner i en sekvens. Prosedyrene skiller seg fra telling med to tallinjer fordi eleven må være mer oppmerksom på den delen som de adderer eller subtraherer. De kan derfor ikke bare fortsette å telle fram til et spesielt tall, men må hele tiden holde rede på hvordan addenden blir oppdelt i enheter (tallene blir oppfattet som omfang). Forskjellen mellom å addere et og et tall og å telle & høre et og et tall er at når de adderer så inkluderer de suksessivt tallene som de skal addere eller subtrahere.

Noen ganger grupperer elevene tallene ved å addere eller subtrahere i toere eller treere eller med andre kombinasjoner. De oppfatter da to aspekter ved tallene samtidig (ordinalt og kardinalt). Det er mulig at de automatisk teller med toere eller treere, noe som de kan utenatt, og der de fokuserer på tallrekka. Da oppfatter de tallene som posisjoner på sekvenser. Dernest kan det tenkes at de fokuserer på deler av hele tallstørrelsen på det tallet som skal adderes eller subtraheres, og at de derfor også oppfatter tallene som mengdestrukturer (sammensatte helheter).

Når elevene bruker utledede tallfakta, fokuserer de ikke på tallsekvensen eller på en av talldelene som skal adderes eller subtraheres, men de fokuserer på sammenhengen mellom helhet og deler. Tallene er "strukturerbare" og eleven oppfatter simultant både helhet og deler. De setter sammen og deler opp tallene og forstår tall som mengdestrukturer. Når de forklarer hvordan de utfører utregningen bruker de mange matematikkord, og dette er en karakteristisk forskjell fra de andre oppfatningene.

Bruke kjente tallfakta og talloppfatning

Å bruke kjente tallfakta var den mest vanlige måten å forholde seg til tall på i begge undersøkelsene. Elevene svarte riktig uten noen som helt form for prosedyre eller utregning (som kunne observeres). Ofte hadde elevene vanskelig for å forklare hvordan de kom fram til svaret og de sa at de bare visste det.

Elevene brukte kjente tallfakta på svært forskjellig grunnlag. Noen ganger var det bare en isolert tallfakta som var lært utenat. Det betyr at de ikke har noen ide omkring sammenhenger mellom deler og helhet i tallstørrelsene i oppgaven. Mange elever er i stand til å bruke denne kunnskapen når oppgavetypen er lett. For de fleste elevene er imidlertid kjente tallfakta grunnlagt på tidligere erfaringer med antall. Ester bruker kjente tallfakta:

I: Bakeren bakte 8 boller og fant bare to av dem. Hvor mange hadde tyven tatt?
E: 6.
I: Hvordan fant du fram til 6?
E: jeg tenkte bare på det..
I: Hvordan tenkte du?
E: jeg tenkte bare på det. Jeg telte ikke.

Når elever gir et svar på grunnlag av tallfakta som er lært utenat, erfarer de tallene som tallord. Til og med små barn kan noen tallfakta utenat. De er ikke bevisst på sammenhengen mellom deler og helhet, og de kan heller ikke sette samme eller splitte opp tall. En elev som deltok i undersøkelsen svarte alltid med summen av de to tallene i oppgaveteksten, uavhengig av om problemstillingen representerte en økning eller en reduksjon. Denne eleven kunne utenat en masse tallfakta og gjenga siste ordet (tallordet) "som i et addisjonsvers" når hun fikk spørsmålet "hvor mange".

I disse undersøkelsene analyserte vi hvert barns problemløsning i lys av alle svar og erfaringer. Svarene er bare kategorisert som kjente tallfakta når eleven viste at han var oppmerksom på antallsegenskapen ved tall. Disse elevene fokuserer i problemløsningssituasjonen verken på tall som omfang, som posisjoner på en sekvens, eller som deler av helhet. I enkelte situasjoner, hvis tallstørrelsene tilsier det, viser de imidlertid denne forståelsen.

Oppsummering av funnene fra de to undersøkelsene omkring talloppfatning
Resultatene samlet sett kan tyde på at blinde barn gjennomgår forskjellige nivåer av forståelse på veien mot en funksjonell tallforståelse. *Utviklingen starter med en forståelse av tall som tallord.* På det *neste nivået* forstår de *tallene som omfang. Deretter* oppfatter de *tallene som posisjoner langs en sekvens* og *til slutt* som *mengdestrukturer.* I løpet av en problemløsningssekvens kan eleven være oppmerksom på ulike aspekter ved tallene. Det er imidlertid viktig å peke på risikoen for rigiditet eller at eleven ikke kommer videre til neste nivå.

Med hensyn til telling, kan det se ut til at blinde elever har et utviklingspotensiale i lytting. Når barna starter å gruppere tallene (både sette sammen og splitte opp), utvider de forståelsen. Tall oppfattes da på mer enn en måte. Ved siden av å forstå tall som posisjoner på en sekvens forstår de også tall som mengdestrukturer. Utgangspunkt for å forstå tall som posisjoner i en sekvens kan være forståelse av tall som tallord og tall som omfang. Den kardinale opplevelsen og elevens forståelse for mengdestrukturer kan spores tilbake til forståelse for tall som posisjoner i en tallsekvens. Ved å estimere og telle på tallinja på mange ulike måter, vil noen elever gradvis utvikle tall som posisjoner i tallsekvensen og som mengdestrukturer.

Blind barn bruker både taktilsans så vel som auditiv sans for å persipere tall. Vanligvis persiperer barn antallsegenskapen ved tall i tallområdet 3 til 4 (området for "subitizing"). Det er ikke vanlig at seende barn persiperer så store tall som sju ved hjelp av hørselen. De bruker vanligvis fingrene i en slik opplevelse. Det er imidlertid ikke uvanlig at blinde barn kan persipere sju til åtte tall ved hjelp av hørselen, og som vist tidligere viste undersøkelsene at noen av elevene kunne oppfatte enda flere tall ved hjelp av auditiv sans. Sammenlignet med seende barn ser det altså ut til at det er langt mer vanlig for blinde barn å forholde seg til tall på denne måten.

I undervisningssammenheng bør dette få følger på den måten at blinde barn i større grad må få mulighet til å lære aritmetiske ferdigheter gjennom gruppering av elementer både på taktil basis og på auditiv basis. Elevene bør ikke bli undervist til å telle på tallinja med toere og treere. Derimot bør de bli undervist til å gruppere konkrete elementer og tall på mange ulike måter. Dette vil kunne gi en opplevelse av helhet bestående av mindre deler. Refleksjon og samtale om perseptuelle erfaringer av tall, både auditivt og taktilt, kan utvikle blinde barns forståelse av kardinalitet og meningen med tall. Disse teoriene støtter Csocsáns tidligere erfaringer med at det er ingen typisk metode som blinde barn bruker når de løser oppgaver, men at det er noen metoder som synes å bli mer foretrukket. Ett eksempel er dobbeltelling. Når barn regner på denne måten bruker de to tallinjer samtidig.

For oppgaven 3+6 sier de:
Fire en, fem to, seks tre, sju fire, åtte fem, ni seks.

Dobbeltelling er en prosedyre for å holde oversikt under utregningen. Etter hvert blir eleven mindre avhengig av den andre tallinjen, og kan høre hvor mange tallord som de sier (husker det som et korttidsminne). Gjennom mange gjentakelser blir de i stand til å gruppere tallordene i toere og treere, og de når et nivå der de blir i stand til å høre hele prosessen som en helhet med deler. En helhet som er som et sammenhengende kjede av tallord. Tallordene høres ut som et strukturert mønster.

Csocsán kaller denne måten å telle på for *"symfoni effekten"* fordi noe lignende skjer som når man lytter til musikk. I et øyeblikk hører vi en kompleks lyd, men på samme tid kan vi ennå huske de tidligere meloditonene. På samme tid som vi har øyeblikkets tone fremme, har vi også forventning til hvordan melodien vil fortsette. Denne svært så komplekse auditive opplevelsen betyr å *lytte* til musikk, bli oppmerksom på musikk. Dette kan være tilsvarende det som skjer når blinde barn opplever strukturen av tall gjennom sekvenser av tallord. En kan betrakte denne formen for talloppfatning som en form for "akustisk" tallinje. Det viktige poenget er hvorvidt eleven er i stand til å oppfatte et akustisk mønster. Eleven må høre hele melodien (med tall) og bruke det på mange ulike måter.

D. Neuman (1987) hevder at dobbeltelling fører til matematikkvansker hos seende barn. Dobbeltelling er en prosedyre for å holde rede på tellingen, og illustrerer ikke kvantitet, det kardinale aspektet ved tall. Resultater fra Göteborgundersøkelsen viser at dobbeltelling kan være en nyttig måte med tanke på å oppleve antallsegenskapen ved tallordene. I sjuårsalderen var telling og lytting til tellingen den vanligste måten som ble brukt av blinde elever for å løse matematikkoppgaver. Mange elever var i stand til å "høre" og holde oversikt over mer enn ti tallord. Den norske studien viser viktigheten av at det blir satt ord på den akustiske erfaringen. De to undersøkelsene gir et bilde på at det er forskjell mellom måten som blinde og seende barn "får tak på" sammenhengen mellom deler og helhet. Vi hevder derfor at det er viktig at lærerne kjenner til denne forskjellen.

Det er også viktig å legge merke til at selv de elvene som ikke har en tallforståelse som er funksjonell til å løse aritmetiske oppgaver, kan mestre det dersom tallstørrelsene er små nok til at de kan se dem for seg i en konkret situasjon. På samme måte som E. Csocsán framhever viktigheten av å "leke med rytmer" for å trene auditive mønstre, så bekrefter dette viktigheten av å bruke modellmengder i utviklingen av tallbegrepet.

I kapittel 3 er det også beskrevet to andre aspekter som har hatt betydning for tallbegrepet i alle kulturer. Det er for det første en til en sammenhengen med et materielt mellomledd og dernest kroppens betydning (særlig hendene) som hjelpemiddel i tellingen.

Det er ingen tegn i de to studiene som er presentert i dette kapittelet, som tyder på at et materielt mellomledd er viktig for blinde barn. Tvert imot tyder Csocsáns studier på at blinde barn ikke bruker taktile modeller. Det er da interessant å reflektere over om dette er erstattet av et auditivt mellomledd?

Videre kan en si at de to studiene viser at hendene ikke er et "hjelpemiddel" som det er naturlig å ty til for blinde barn når de skal telle opp noe. De viser imidlertid at måten som hendene blir brukt på, når de undersøker mengder, kan si noe om tallforståelsen. Den norske undersøkelsen viser en tydelig forskjell mellom de elevne som har en funksjonell tallforståelse og de som ikke har det med hensyn til hvordan de viser fram "fingertall" på bordet.

Akustiske tallmønster

Basert på resultatene fra Gøteborgundersøkelsen, har Csocsán (2000) utarbeidet et annet instrument for å analysere hvordan blinde barn organiserer akustiske mønstre.

Fire grupper deltok i eksperimentet:
1. Elever i grunnskolen
2. Elever i grunnskolen som gikk på spesielle musikkskoler
3. Elever i grunnskolen som gikk på spesialskole for blinde
4. Elver i grunnskolen som gikk på spesialskole for blinde og som gikk på musikkskoler

Elevene skulle løse følgende oppgaver:
A. Identifisere akustisk mønster
B. Kopiere mønster
C. Verbalisere mønsteret (eleven skulle si hvor mange deler mønsteret inneholdt)

Oppgave A gikk ut på at eleven skulle kjenne igjen et bestemt mønster blant tre stykker som alle hadde like mange slag.

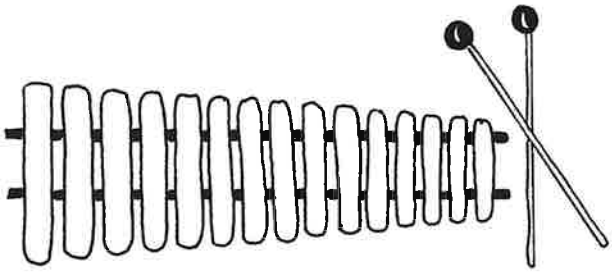
For alle tre oppgavetypene ble det brukt 10 mønster, som ble nummerert fra 1 til 10, og som inneholdt fra 3 til 12 slag. Slagene ble produsert ved hjelp av rytmepinner laget av tre (ordinære rytmepinner som brukes i musikk).

Noen kommentarer til resultatene:
➤ Blant de tre oppgavetypene (A, B, C) var oppgave A enklest for alle elevgruppene. Oppgave C, å beskrive mønsteret, var vanskeligst.
➤ De elevene som gikk på musikkskoler mestret oppgave A og B best.
➤ Blinde elever hadde gjennomsnittlig høyest skåre
➤ Det var større individuelle forskjeller blant de blinde elevene enn blant seende.
➤ Alle grupper kunne deles inn i to elevkategorier: en kategori som var interessert i dette rytmearbeidet, og den andre kategorien som var lite motivert.

Konsekvensene av Csocsáns pilotstudie:

➤ Det er mange blinde elever som har vanskelig med taktil/haptisk persepsjon, men som har stor interesse for akustiske opplevelser. For disse elevene vil det være best å utvikle forståelse for deler og helhet gjennom en "hørbar" tallinje. Akustisk korttidshukommelse kan trenes opp. Den spontane treningen er mest vanlig hos blinde barn. Evne til effektivt å oppfatte tall henger sammen med kapasiteten ved korttidsminnet.

➤ Strukturerte auditive input i sammenheng med bevegelse, verbale impulser så vel som taktil/haptisk erfaring er viktige elementer i grunnleggende matematikk for blinde elever. De gjør det mulig å finne linker og sammenhenger mellom objekter , personer og hendelser omkring dem.



VI

METODISKE PRINSIPPER

I kapittel 2 ga vi en oversikt over de mest vanlige vanskene som du kan møte på når du underviser en blind elev i matematikk. I dette kapittelet vil vi presentere metodiske prinsipper basert på de forskningsfunnene som er beskrevet i kapittel 4 og 5, så vel som fra egen undervisningserfaring.

Tilby et læringsmiljø som aktiverer og som utfordrer alle sanser

Persepsjon er grunnlaget i den individuelle læringsprosessen. Barn med ulike sanseinntrykk erfarer verden forskjellig og utvikler dermed begreper på ulike måter. Innholdet i begrepene kan således også være ulikt.

Barn utvikler sin tallforståelse ved å bruke tallord i mange sammenhenger, og telling er en sentral aktivitet i denne læringsprosessen. Små barn lærer vanligvis å telle samtidig som de berører ett og ett element, men dette kan føre til forsinkelser i utvikling av forståelse av helhet og del. Barn som har utviklet tohånds strategi i kontakt med diskontinuerlige (tellbare) mengder har gode muligheter til å bli oppmerksom på strukturen i tall gjennom taktilsansen. For å hjelpe barn til å gjøre gode taktile erfaringer, er det derfor viktig å gi dem muligheter til å lære effektive strategier med hendene. Vi må oppmuntre barnet til å bruke begge hendene, og til å bruke hendene og fingrene på mange forskjellige måter. Vi kan oppmuntre ved blant annet å vise interesse for hva det er barnet kjenner under fingrene og for hvordan barnet organiserer gjenstandene for å holde oversikt. Vi kan derimot i svært liten grad lære barnet dette ved at den voksne plasserer – eller fører barnets hender.

Muligheten for å få informasjon om verden bare ved taktilsansen er nødvendigvis nokså begrenset, men det blinde barnet har også kontakt med omgivelsene gjennom andre sanser. Det er for eksempel nyttig å sammenligne størrelser av mengder gjennom både vekt og lyd. Øvelser i å analysere akustiske mønstre og knytte dem til bevegelser og taktile representasjoner kan være svært virkningsfullt for å utvikle et funksjonelt tallbegrep. Det kan imidlertid være grunn for å hevde at akustiske erfaringer har vært for lite vektlagt i undervisningen, noe som kan skyldes at seende i mindre grad enn blinde er vant til å anvende auditive bilder i sammenheng med tall. I kapittel 8 har vi presentert flere ideer til hvordan klassen kan få en felles fokus på det akustiske aspektet i tallinnlæringen.

Ta utgangspunkt i elevens egen forståelse

Mange ting er ikke tilgjengelig for blinde barn på grunn av faktorer som avstand, størrelse og fare. I flere slike tilfeller kan tall brukes til å forklare både objekter og hendinger. Tallene blir dermed hjelpemiddelet til å forestille seg og til å utvikle nye abstraksjoner. Hvis eleven for eksempel har lært hvordan tallstørrelsen tusen er bygd opp, kan han eller hun få et bilde av hvor stor en teatersal er på grunn av antall seter på en rad og antall rader totalt. Men bruken av mengdestrukturer (antall seter og antall rader) er bare nyttig når sammenhengen mellom del og helhet i tallene allerede er forstått.

Oppmerksomhet om samlinger og undergrupperinger ligger til grunn for å gripe ideen for det abstrakte tallet. Å bruke en tallmodell er altså effektiv når barnet har kunnskap og forståelse for hva tallordene representerer. Det betyr også en forståelse for sammenhengen mellom operasjoner. Grunnlaget for dette ligger i å utvikle del-helhet sammenhenger i tallområdet opp til 10. Med andre ord er sammenhengen mellom deler og helhet den første operasjonen.

Når vi i denne boken bruker uttrykket kjente tallfakta, mener vi at eleven i en problemløsning kan referere direkte til ulike talldeler uten å gjøre bevisste utregninger. Eleven opplever altså tall bestående av både helhet og deler. Men til tross for at noen barn tilsynelatende bruker kjente tallfakta behøver, betyr det ikke at de nødvendigvis forstår denne tallstrukturen. Mange blinde elever har god hukommelse og kan lære mange addisjonsuttrykk og subtraksjonsuttrykk som en ren verbalisme. Elevene mestrer da ofte rene symboloppgaver fordi de husker uttrykket (8 + 6 = ? / *"åtte pluss seks er fjorten"*), men ikke mer sammensatte problemstillinger (14 – 6 = ? / eller tallene brukt i en tekstoppgave).

Det er nok noen barn som lærer tallfakta utenatt først, og siden knytter dette til en mengdeforståelse. Men det er mange blinde barn som bare har "tomme" tallord å bruke. Det er derfor viktig å kontrollere innholdet i elevenes tallfakta og at en ikke vektlegger arbeid med symboler før eleven har en opplevelse av mengdeinnholdet.

Tallordene er en naturlig del av hverdagsspråket. Voksne spør gjerne barn om hvor mange år de er, hvor mange brødre og søstre de har, gatenummer og telefonnummer, etc. Barna hører at foreldrene snakker om matvarepriser, klokkeslett, at det bare er fem minutter til bussen kjører, osv. I begynnelsen bruker barn tallordene uten kunnskaper om mengdeaspektet, men gradvis blir innholdet endret etter hvert som barnet får mange erfaringer fra ulike situasjoner og aktiviteter. Eksempler på gode aktiviteter er når barnet må forholde seg til antall gjennom å dele noe likt, finne fram glass til alle i familien, ha nok penger etc. Skolens oppgaven er å systematisere hverdagserfaringene slik at de kan knyttes til det formelle matematikkspråket og til matematiske symboler. Det er et godt grunnlag når barnet har mange erfaringer med tall, men skolen kan ikke ta for gitt at eleven har et rikt erfaringsgrunnlag.

Legg vekt på språklige aktiviteter i undervisningen

Matematiske begreper er presise, og det er dette presise innholdet en sikter mot i undervisningen. De matematiske begrepene er imidlertid ikke utviklet isolert. De er del av et nettverk av begreper og vi tilegner oss disse begrepsstrukturene i samarbeid med andre mennesker. På denne måten blir begrepsinnholdet som sosiale strukturer og matematikk blir meningsfull siden det som er lært i én sammenheng kan bli overført til andre situasjoner.

Ved å la elevene beskrive gjenstander for hverandre og lage oppgaver der de samarbeider om å finne likheter og ulikheter, skaper vi situasjoner hvor elevene både må bruke det matematiske språket og også fungere som læringsmodeller for hverandre. På denne måten blir seende elever oppmerksomme på taktile kvaliteter i verden (overflate: glatt/ru/; stoff-egenskaper: hardt/mykt), og den blinde eleven må rette sin fokus mot begreper som de i utgangspunktet ikke vektlegger av seg selv. Vi tenker her på formbegreper, stilling (vannrett, loddrett), plass (på, over, mellom) og størrelse.

Et annet stort potensiale en bør benytte i undervisningen er elevenes egne forklaringer og problemformuleringer:
- *Hvordan tenkte du da du fant svaret?*
- *Er det noen som har tenkt på en annen måte?*
- *Er det fordeler med den ene tenkemåten framfor den andre?*

I slike beskrivelser og drøftinger får elevene bruke mange matematiske begrep, og de blir mer bevisst sin egen tenkning og arbeidsmåte. Ved å endre fokus fra fasitsvar og over til prosessene, blir regnereglene forankret i forståelsen. Nedenfor har vi satt opp et eksempel på hvordan en tradisjonell oppgave kan utvides slik at elevene får problematisere selve regneoperasjonen:
1 kg kjøttdeig koster 69 kroner. Kari kjøper 0,6 kg. Hvor mye koster det?
Hvilken regnemåte er det riktig å bruke? 69 x 0,6 69 : 0,6 0,6 : 69 0,6 x 69
69 – 0,6, og i hvilke problemstillinger kan det være riktig å bruke de andre?

Let etter passende metoder

Matematikkfaget består av mange emner, og som lærer til barn med synshemming må en tenke igjennom hvilken metode som best kan klargjøre hvert enkelt emne. Ikke alle begreper kan utvikles på samme måte for seende og blinde barn.

En styrke ved synssansen er at den gir mange og samtidige (simultane) inntrykk. Inntrykk som både ligger nært og fjernt, som er der på samme tid og i sammenheng med hverandre. Dette er et godt utgangspunkt for å oppleve likhetstrekk mellom ulike elementer (generalisering). Barnet generaliserer på grunnlag av mange erfaringer, og lærer blant annet geometriske begreper på grunnlag av alle synsinntrykk de har med seg fra husfasader, dører, vinduer, esker, bokser, etc., etc.

Det motsatte av en slik induktiv læremåte er en deduktiv metode, som på mange områder er aktuell i undervisningen med blinde elever. Vi kan bruke eksemplet med formbegreper. Blinde barn møter også mange objekter som har form som en blokk. Men det er ikke alltid formen som er mest fremtredende kvalitet ved objektet. Snarere er det tekstur, temperatur, materialet eller lyden ved objektet som er i fokus. På den måten har ikke det blinde barnet samme grunnlag for å generalisere form som sine seende skolekamerater.

En deduktiv metode betyr at den kunnskapen som eleven får om geometriske former fra geometriske brikker, som er passe stor og laget i et godt materiale, kan siden være utgangspunkt for mentale bilder av objekter i omverdenen (at høye hus kan ha form som en kloss, at badebasseng kan ha form som en oval, etc.). Vi presiserer kan, fordi forskning viser at små barn strever med å forstå sammenhengen mellom modeller og reelle størrelser. Vår erfaring tilsier at det er nødvendig å arbeide grundig for at slike begreper skal bli funksjonelle tankemodeller for å forstå omverdenen.

Velg læremidler som passer de individuelle behovene

Et godt læremiddel har to viktige aspekter:
- *At det passer til den sansemodaliteten som eleven bruker*
- *At det kan belyse det matematiske innholdet*

En god modell fremmer læring og gir eleven mulighet til å være aktiv og til å finne sammenhenger mellom et virkelig problem og det matematiske innholdet. Et godt hjelpemiddel eller en modell skal være en støtte for tanken inntil de abstrakte symbolene kan gi samme mening. Det finnes et utall læremidler som er ment å belyse det samme matematiske innholdet. Ikke alle modeller appellerer på samme måte, eller er like motiverende og effektive for hvert barn. For blinde elever er det blant annet viktig at en modell er god å ta på og at det er enkelt å holde oversikt over alle deler.

I følge Piaget er seks år gamle seende barn i pre-operasjonell fase i sin matematiske kompetanse. På dette stadiet er de i stand til å bruke objekter (også mentalt) for å løse problemer i dagliglivet. På grunnlag av erfaringer med mange ulike objekter, utvikler de gjerne en mer generell metode for å gjøre utregninger. Seende barn teller gjerne på fingrene, og på skolen får de tilgang til andre visuelle hjelpemidler som kan gi støtte i tallbehandlingen. Blinde barn bruker i svært liten grad fingrene eller andre fysiske regnehjelpemidler som "naturlige, private modeller". Derfor er det kanskje heller ikke riktig å introdusere de tradisjonelle skolehjelpemidlene til synshemmede barn. Snarere må vi bygge på det som barnet selv i utgangspunktet støtter seg på. Vi vil i de neste kapitlene gi eksempler på ulike læremidler og aktiviteter som kan være gode "tankebilder" til å kunne gjøre utregninger.

Mange ønsker å oversette metodene og læremateriale som seende elever bruker til blinde elever. I de fleste tilfeller betyr det å forandre direkte fra visuelle til taktile input, men fordi det er forskjell mellom visuell og taktil persepsjon, vil ikke dette alltid fungere godt. Visuell persepsjon har en simultan karakter, mens taktil persepsjon (gjennom berøring) har en sekvensiell eller suksessiv karakter.

Å forstå taktile representasjoner er et trinn i utviklingen mot å forstå abstrakte symboler. Et annet argument for å bruke bilder er at slike oppgaver kan gjøres tilgjengelig for mange elever gjennom distribusjon, og at det dermed er tidsbesparende for den enkelte lærer. Barna kan bruke bilder til å gruppere (klassifisere) og ordne i rekkefølge (seriasjon) og som utgangspunkt for å snakke om fysiske kvaliteter (Epler er større enn kirsebær og har en annen form enn bananer). En må imidlertid være klar over at taktile illustrasjoner ikke fungerer på samme måte for blinde som bilder gjør for seende. Taktile bilder er statiske, og kan i svært liten grad gi illusjon om endringer (fugler som flyr vekk, subtraksjon) eller relasjoner (gjenstander som er plassert bak noe).

Det er mange forutsetninger som ligger til grunn for at sammenhengen mellom et tredimensjonalt objekt og dets todimensjonale, ikoniske representasjon skal være forståelig for blinde barn. Forutsetningene henger nøye sammen, men her har vi splittet opp noen aspekter:

➤ Oppmerksomhet og forståelse for forskjeller i tekstur, temperatur og materialkvalitet. I dette ligger blant annet evne til å skille forgrunn fra bakgrunn, som igjen er noe av grunnlaget for å kunne tolke mening inn i linjer og flater.
➤ oppmerksomhet og forståelse for sammenhenger mellom deler og helhet. De fleste gjenstandene er satt sammen av ulike deler med ulike karakteristiske trekk. Noen av disse karakteristika vil være fremtredende også ved den taktile illustrasjonen. Øvelse i å beskrive gjenstander for andre (omtalt under språklige aktiviteter) hjelper eleven til å rette oppmerksomhet mot slike særtrekk.
➤ oppmerksomhet og forståelse for strukturer og form. I det todimensjonale bildet kan vi si at det er formen ved gjenstanden som binder detaljene sammen til en helhet. For å få en taktil formopplevelse av et todimensjonalt bilde er det nødvendig å bruke begge hendene koordinert. Én finger kan vanskelig persipere helhet, men flere fingre brukt sammen gir inntrykk av utstrekning og regularitet i linjer og form.

Bilder utgjør en stor del av menneskelig kommunikasjon, men hvis vi bruker for mange illustrasjoner i undervisningen mister vi ett av de viktigste aspekter i vår sivilisasjon: Å uttrykke våre tanker verbalt. Det matematiske språket er utviklet av mennesker for å kunne holde oversikt over store antall og for å undersøke og forstå romlige (spatiale) sammenhenger både nært og fjernt. Ved å formulere våre tankebilder har vi et grunnlag til å forstå underliggende ideer i naturvitenskapen. I disse tankebildene bruker vi metaforer som gjør det mulig for oss å "se" det som ikke kan observeres.

Metaforene gjør det mulig for oss å forstå en ny ide selv om den ikke er fysisk tilgjengelig. Vi lærer om kjemiske reaksjoner, radiobølger og relasjoner mellom tallstørrelser ved å bruke godt kjente termer. Når en metafor er brukt lenge nok, avtar den metaforiske kvaliteten og det abstrakte begrepet står tilbake og gir mening. Kritikere peker på at matematikk undervisningen ikke framhever det språklige aspektet ved faget godt nok. Undervisningen har i for stor grad vært konsentrert om å fortelle elevene hvordan de skal forstå og løse et problem, og i for liten grad vektlagt elevenes egne tanke-formuleringer. Språklige aktiviteter skulle i så måte bli anbefalt for både seende og blinde elever.

Gi eleven nok tid

Hvorfor må blinde barn ha mer tid enn seende elever? Svaret ligger både i læringsprosess og i mestringsbetingelser. Synshemmede kan bare i liten grad lære ved imitasjon, og derfor må hver enkelt ferdighet instrueres. Dessuten må hver enkelt ferdighet trenes og siden praktiseres slik at de kan mestres i trengsel og i raskt tempo. Tillit til egen matematikkevne henger nøye sammen med selvtillit, og selvtillit henger igjen sammen med selvstendighet. Det er derfor et viktig mål også i matematikkundervisningen at eleven skal bli selvstendig og bli i stand til å ta ansvar for hvert enkelt steg i flest mulig aktiviteter.

Vi kan tenke oss en vilkårlig matematikktime, og liste opp aktiviteter som tar betydelig tid å mestre for en synshemmet elev:

➤ Orientere seg til plassen sin og finne fram bøker og utstyr.

➤ Bøker i punktskrift består vanligvis av flere permer. Der de seende elevene bare har én bok å bruke, må altså den blinde eleven holde orden på mange enheter.

➤ Hvis læreren henviser til sidetall i den ordinære boken, må eleven selv finne ut hvilken side dette representerer i punktskriftutgaven.

➤ Fingrene blir brukt både til å lese og skrive. Det tar tid å flytte hendene mellom oppgave og skrivehjelpemiddel og tilbake til ny oppgave.

➤ Å lese braille er en sekvensiell prosess. Først når fingrene kommer til mellomrommet, etter at de har lest ett og ett siffer inkludert talltegnet, framstår tallet som en helhet. Inntil fingrene kommer til mellomrommet er det vanskelig å vite hvor stort tallet er. Eks: Det står talltegn – det står 3 – det står 4 – det står 2 – det står mellomrom. Tallet var 342.

➤ Skriftlige algoritmer må praktiseres slik at oppstillingen framstår som en helhet og skrivingen blir automatisert.

➤ Eleven kan ikke skrive direkte i boken.

➤ Det tar tid å undersøke objekter og taktile representasjoner.

➤ Det er vanskelig å holde oversikt over materiell med mange deler, og hvis en del faller på gulvet er det tidkrevende å finne den igjen.

➤ Eleven må mestre tegneutstyr og måleinstrumenter. I slikt arbeid er det en stor fordel dersom eleven er systematisk med hensyn til hvor linjal, penn, etc. legges ned på pulten mellom hver gang det er i bruk. Hvis en ikke har en fast plass, må hendene stadig søke etter redskapene.

➤ I tillegg til selve matematikkarbeidet vil det være ulike lyder i og utenfor rommet som eleven har behov for å forstå.

Det er selvfølgelig individuelle forskjeller med hensyn til hvor mye tid som trengs, men listen over gir et bilde på at det er mange krevende "utenomfaglige" oppgaver. Dette viser viktigheten av at det tidlig blir innarbeidet gode arbeidsrutiner og at arbeidsplass og oppbevaringsplass er godt organisert. Målsettingen er at tid og krefter i størst mulig grad skal rettes mot det matematikkfaglige innholdet.

Se på symbollæring som en strukturert prosess

For å oppsummere dette kapittelet og med referanse i kunnskaper om hvordan mennesker begynte å bruke symboler (se kap. 3) vil vi gi deg en modell for å planlegge undervisningen.

I korthet vil modellen være slik:
1. Det matematiske innholdet
2. Det uformelle matematikkspråket
3. Det formelle matematikkspråket
4. Symbolspråket
5. Praktisering og automatisering

Utgangspunktet er det matematiske innholdet. Hva er det elevene skal lære? Det neste en må reflektere over er hvordan en kan skape en situasjon som elevene forstår og mestrer slik at de blir aktive og ikke passive tilhørere. Elevenes egne kommentarer, beskrivelser og forklaringer knyttes til matematiske termer og dernest til et skriftlig symbolspråk. Som vi har presisert flere ganger i denne boken er det nødvendig at elevene får trening i å bruke symbolene slik at selve skriveprosessen blir automatisert.

Vi gir to eksempler med addisjon:

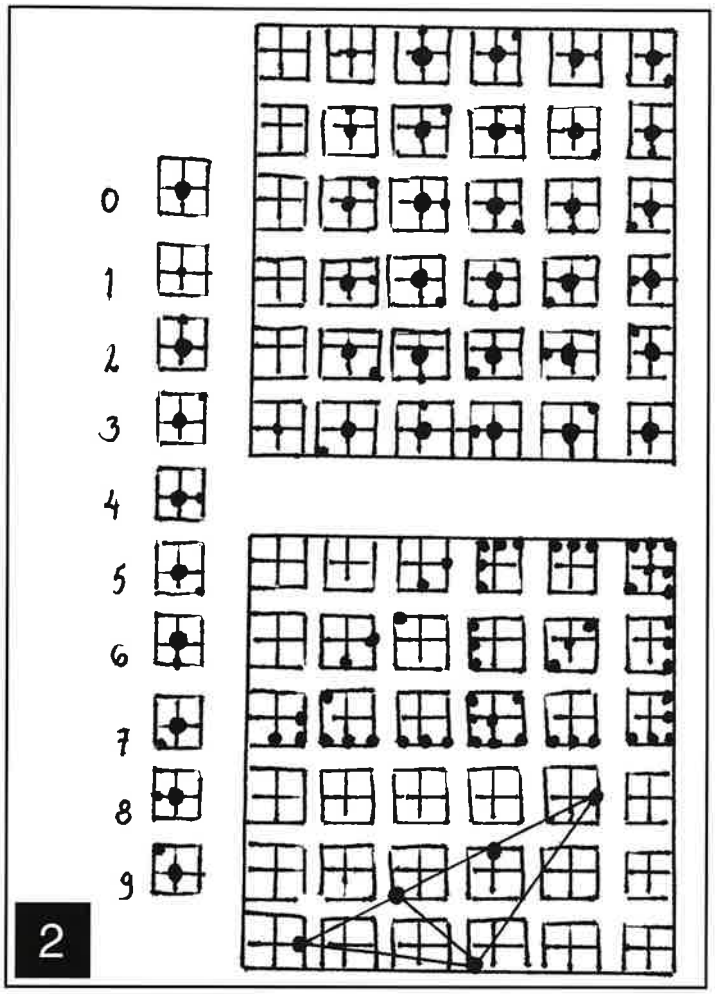
Eksempel 1:

Det matematiske innholdet: Addisjon
Det uformelle matematikkspråket: Familier. Elevene forteller om familiene sine, – hvor mange søsken de har, hvor mange jenter og gutter, hvor mange kvinner og menn, hvor mange barn og voksne.
Det formelle matematikkspråket: Læreren lytter etter utsagn som det vil passe å knytte addisjonsbegrepet til. "Hvordan kan du si det på matematikkspråket?" (for eksempel en elev sier at de er tre jenter og en gutt – at de er fire barn til sammen)
Symbolspråket: "Hvordan kan du skrive det?"
Praktisering og automatisering: Elevene arbeider med addisjonsoppgaver i et tallområde som de mestrer godt (3 +2 = 5; 3 + 3 = 6; etc).

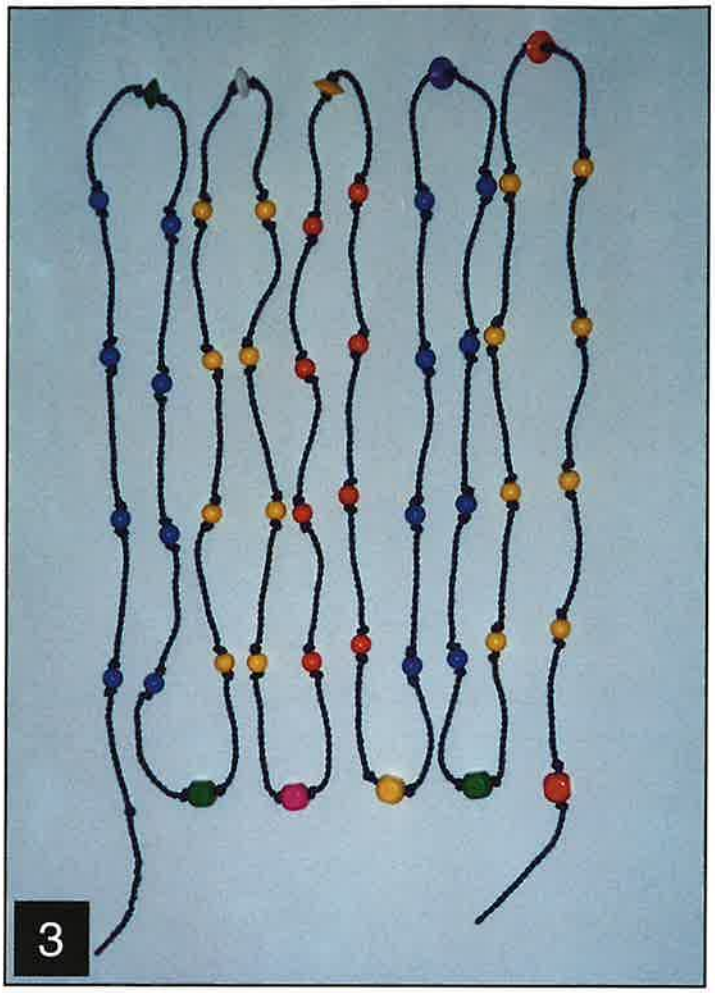
Eksempel 2:

Det matematiske innholdet : Tallstrukturer uttrykt som addisjon
Det uformelle matematikkspråket: Gjettelek med klosser. En elev velger et "klossetårn", for eksempel 8 klosser. Han deler tårnet i to deler som han skjuler i hendene bak på ryggen. De andre elevene får gjette hvordan han har delt tårnet. Når en elev gjetter riktig, får en annen elev komme fram og velge et tårn som hun skal dele.
Symbolspråket: Hver gang en elev sier riktig oppdeling (og før den neste eleven får velge et tårn), kan en stille spørsmålet: "Hvordan kan en si dette på matematikkspråket?"
Symbolspråket : "Hvordan skriver vi det?"
Praktisering og automatisering: Elevene arbeider med oppstillinger av addisjonsstykker i aktuelt tallområde (8 = 4+4; 8 =5+3 etc.)

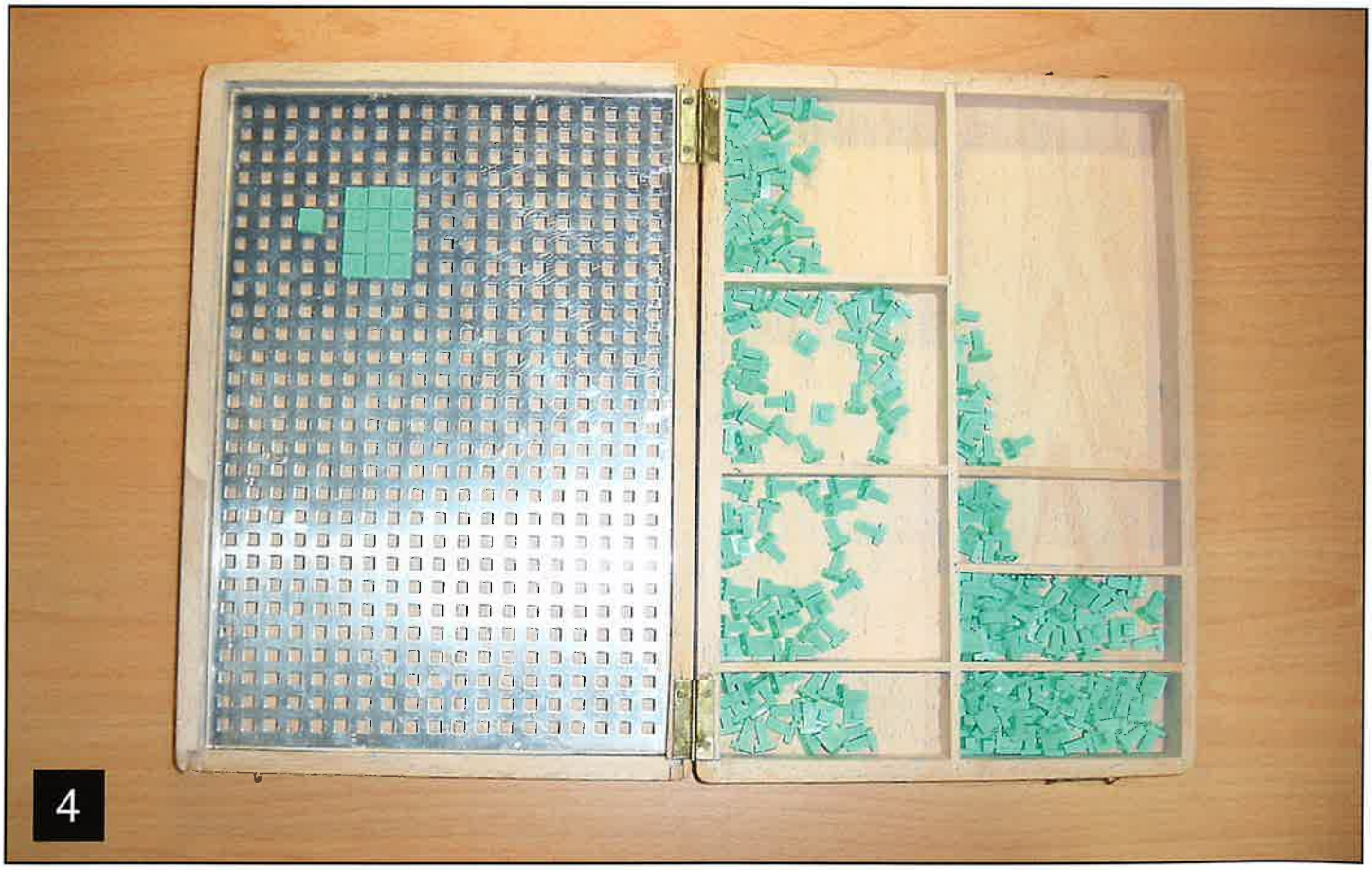
DET VAR EN GÅNG



2

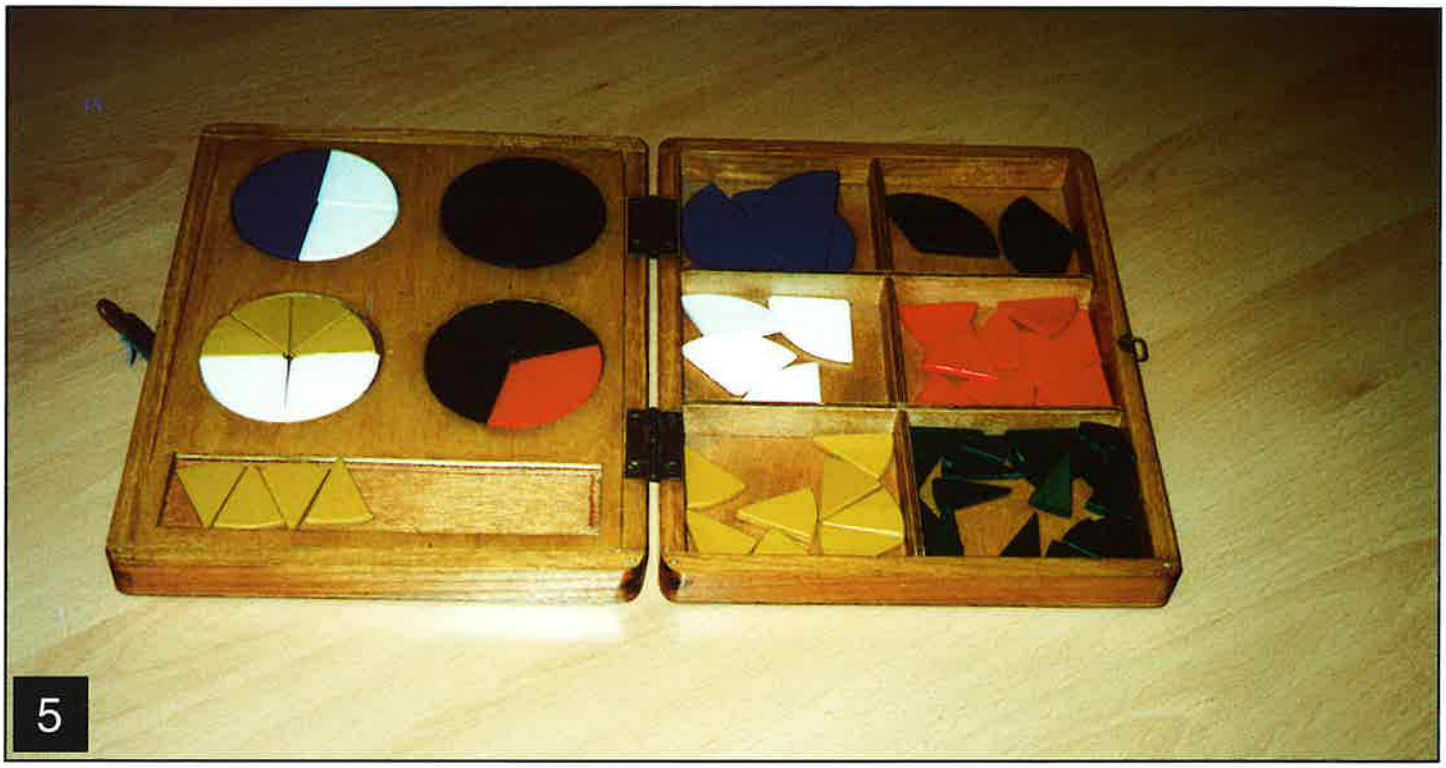


3



4

UNDERVISNINGSMATERIAL...

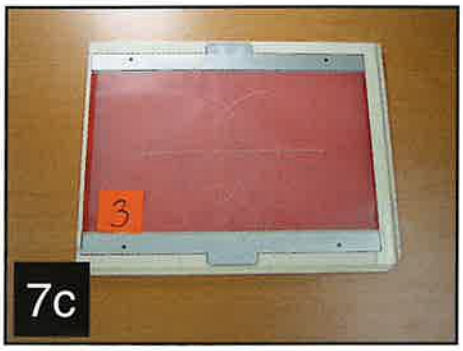


5

6

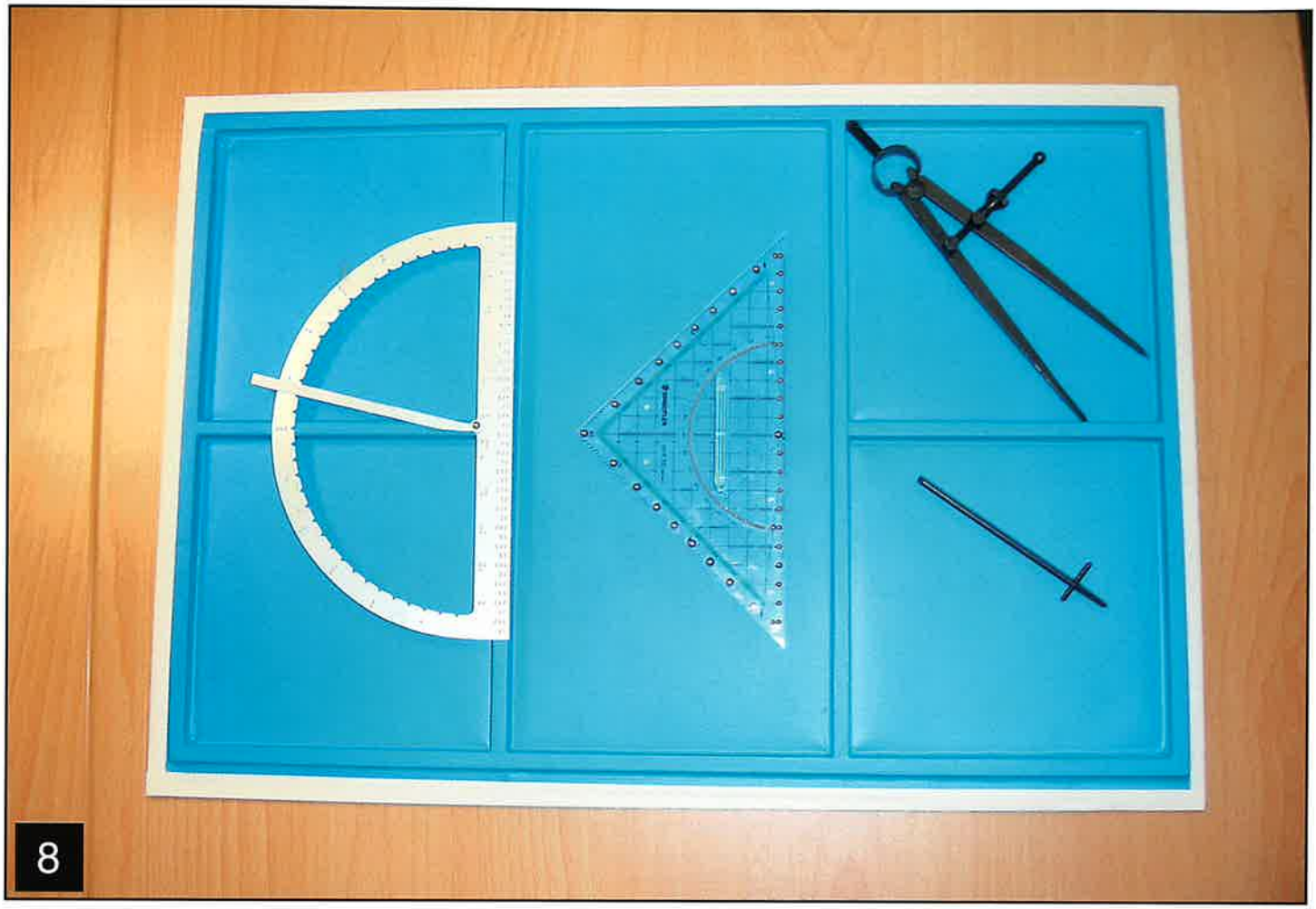
7a

7b

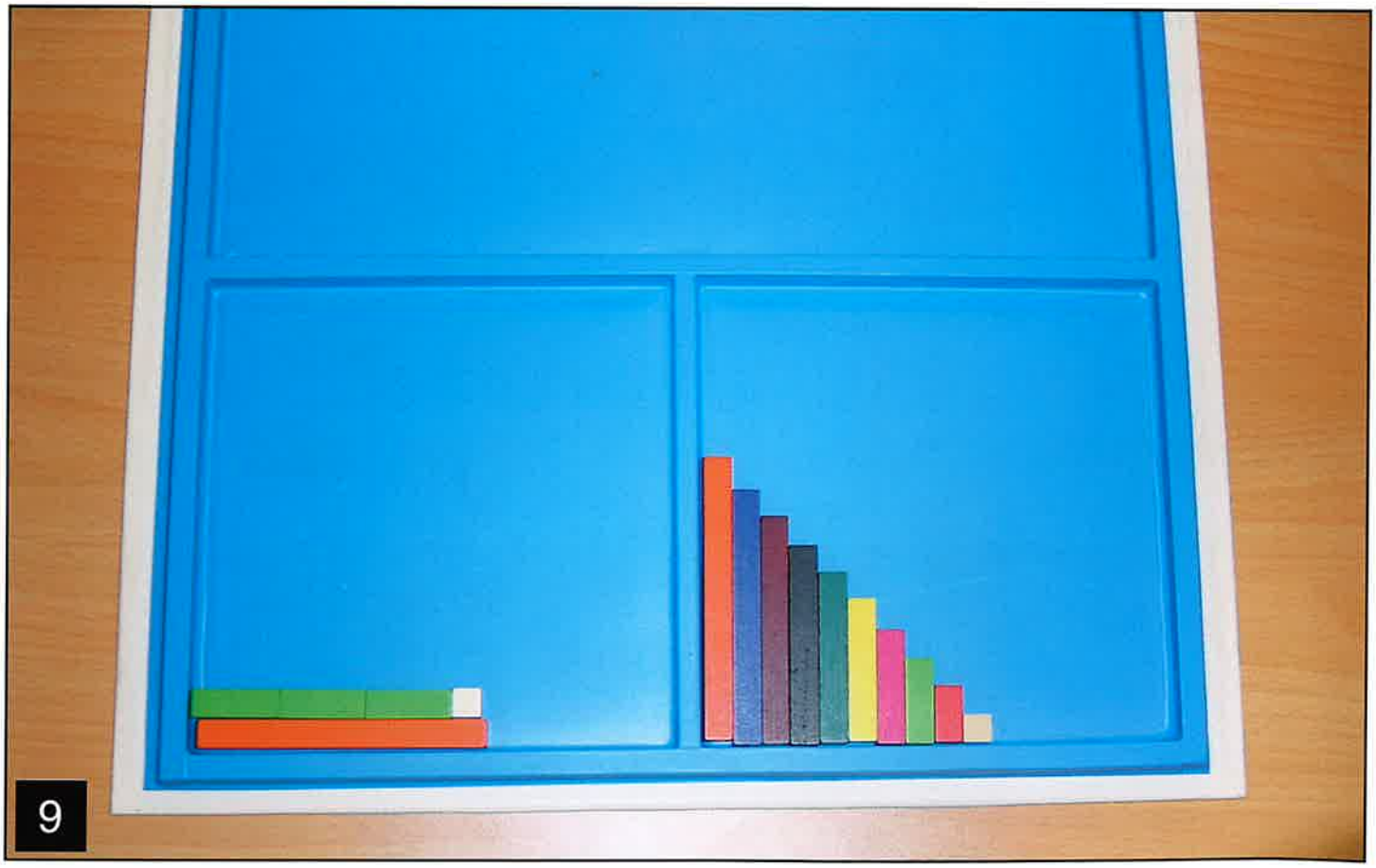


7c

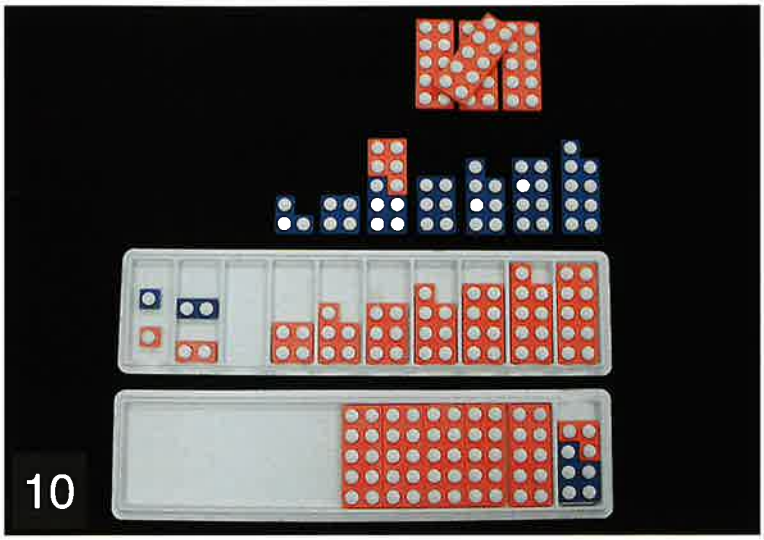
7d



8

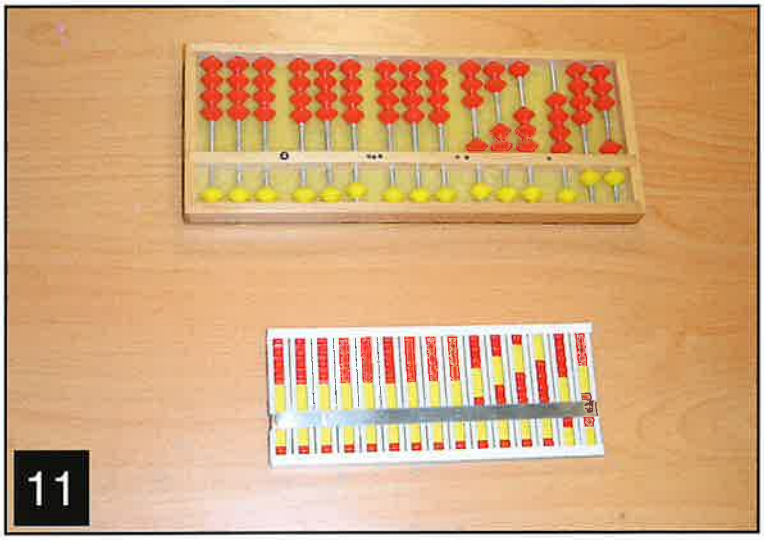


9



10

12



11

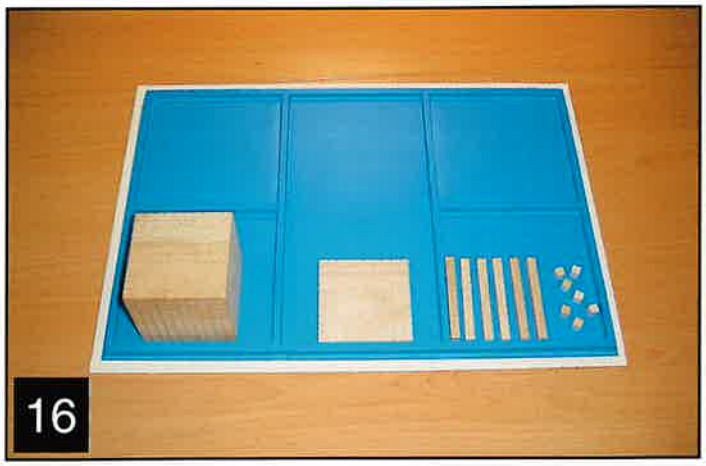
13

14

17

15

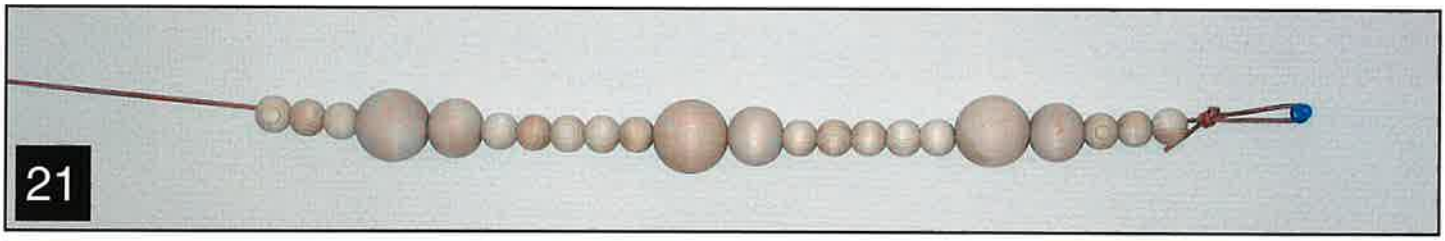
18



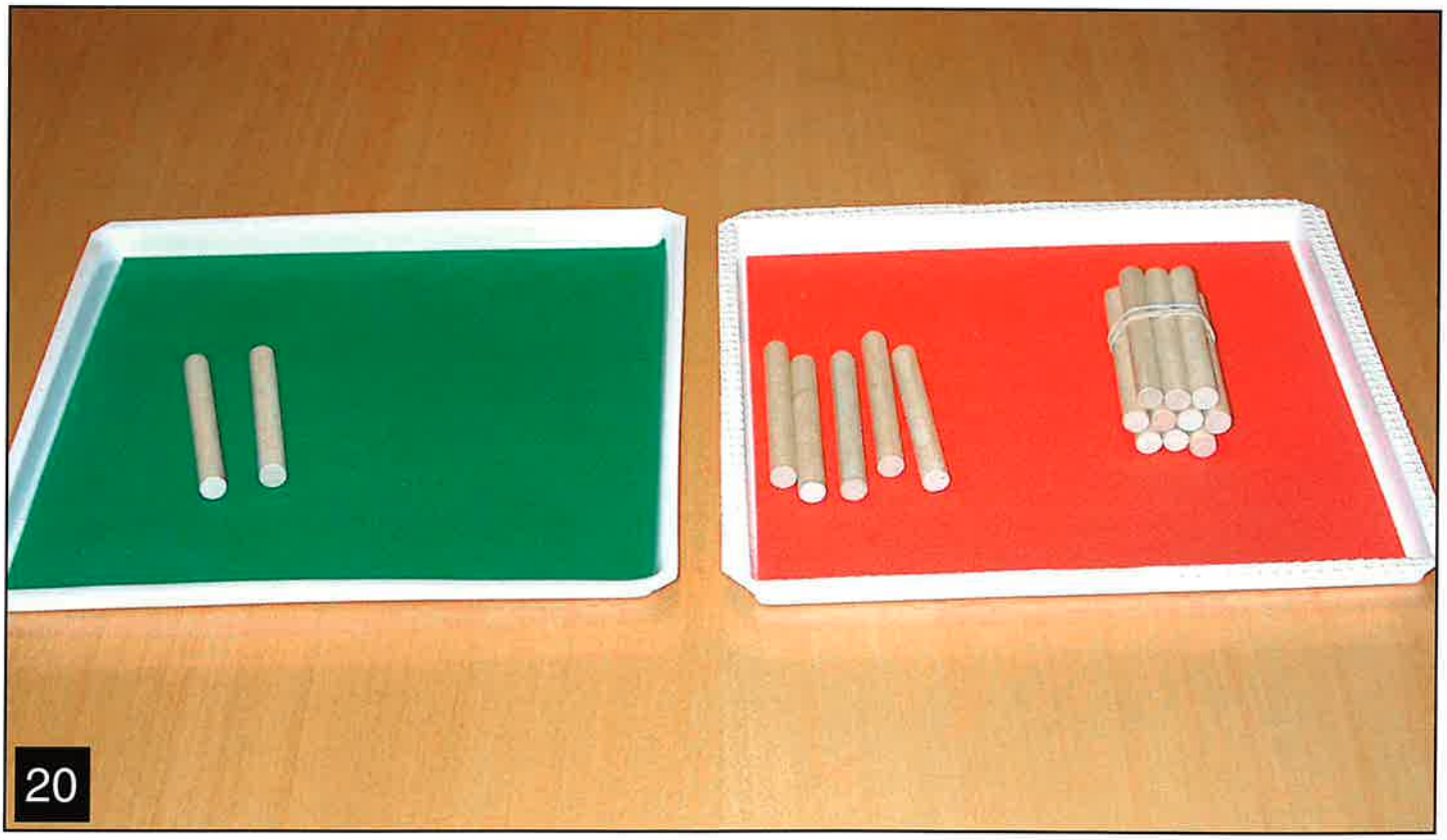
16

SPEL

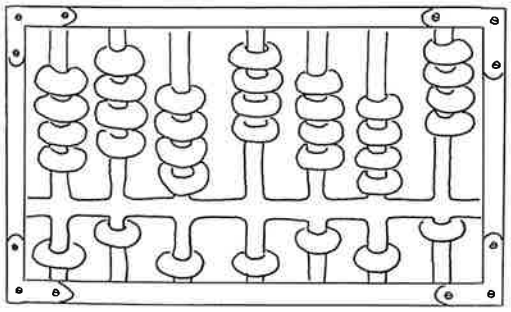
19



21



20



VII

UNDERVISNING AV ULIKE OMRÅDER I MATEMATIKK

I dette kapittelet vil vi først gi et lite historisk bilde av matematikkundervisningen til blinde elever. Kanskje er det noen gamle og glemte løsninger som kunne vært nyttige også i dag? Det lille utvalget som blir presentert er hentet fra *Enziklopädisches Handbuch des Blindenwesens* (Mell 1910).

Som Appendiks B har vi tatt med våre lands læreplaner i matematikk for de yngste elevene. Med utgangspunkt i sentrale tema fra disse planverkene vil vi i etterkant av det historiske bildet presentere metoder som kan være egnet i undervisningen av blinde barn. Vi har konsentrert oss om basisundervisningen, fordi tallstrukturer og grunnbegreper i geometri (som relasjoner i rom og dimensjoner) henger nøye sammen. Poenget er at avanserte begreper i matematikk bare kan utvikles på et solid grunnlag av elementære begrep og ferdigheter og ved bruk av hensiktsmessige læremidler.

Historien – et spørsmål om fortid?

Allerede før de første spesialskolene for blinde var etablert, laget synshemmede matematikere hjelpemidler både for å gjøre utregninger og for å vise geometriske sammenhenger. En av de første "oppfinnerne" var den britiske matematiker og professor Nicholas Saunderson, som levde fra 1682 til 1739 (Sjöstedt 1997). For å gjøre utregninger utformet han et brett som besto av mange kvadrater, der hvert kvadrat var delt med to midtlinjer. Et kvadrat inneholdt ni hull der man kunne sette nåler med små eller store nålehoder. Ved hjelp av dette brettet var det mulig å "skrive tall" og å utføre alle typer regneoperasjoner som var nødvendig selv i høyere matematikk. Brettet kunne også brukes i geometri ved enten å bruke nåler eller både nåler og tråd (strikk).

BILDE nr 2: Saundersons utregningsbrett

I hovedsak ble det utviklet tre kategorier av hjelpemidler for å gjøre utregninger. En kategori var ulike typer kalkulasjonsbrett. Disse ble brukt på omtrent samme måte som Saundersons utregningsbrett. En variant var hullbrett der man kunne plassere terninger med tall, bokstaver eller spesielle symboler. Blant disse kan vi nevne det brettet som ble brukt av Taylor i England, det såkalte Oktagonal brettet. Med dette systemet kunne man "skrive" utregningene (algoritmene) på samme måte som når man regner ut med blyant og papir.

En av de mest brukt hjelpemidlene for å gjøre utregninger på1800- og 1900-tallet var ulike variasjoner av "telle-snorer" med ti og ti enheter. I noen land ble disse blitt kalt russisk kuleramme. Her ble det brukt kuler med ulik størrelse (eller ulik farge for seende elever) for å symbolisere forskjellen mellom enere, tiere, hundrere osv. Det ble også brukt ulik kulestørrelse, eller kuler med en annen form, på femmerne. Dermed kunne elevene slippe å telle forfra hver gang de startet opptellingen. En slik kuleramme hadde to funksjoner. En for å illustrere elementene i en samling og dernest som en tradisjonell abakus for å illustrere verdien av tallene i titallssystemet.

Johann Klein, som grunnla blindeskolen i Wien tidlig på 1800-tallet, har fått sitt navn knyttet til dette hjelpemiddelet.

BILDE nr 3: Johann Kleins tallkjede. Her preparert av Csocsán.

Som du ser, har enerperlene, femmerperlene og tierperlene forskjellig form, men er plassert i samme avstand i forhold til hverandre. Dette læremidlet kan kalles en taktil tallinje. I slutten av dette kapittelet vil vi gi noen ideer om hvordan en slik taktil tallinje kan brukes.

Wienboksen representerer en tredje kategori, og den gjorde det mulig for synshemmede elever å utføre grunnleggende operasjoner på samme måte som de seende elevene gjorde. For seende lærere var denne tallesken fin å forholde seg til, fordi en kunne etterprøve elevenes oppstillinger. Imidlertid var det en svært tidkrevende måte og dermed lite effektiv å bruke for eleven.

BILDE nr 4: Talleske fra Wien. I begynnelsen hadde denne esken arabertall, men i dag finnes den med punktskrift.

I blindeskolenes tidligste periode var kravene i matematikk relativt lave. Mange skoler og lærere valgte derfor i hovedsak muntlig opplæring, selv om flere hjelpemidler i matematikk allerede var utviklet. Elevene fikk lære gode mentale regnestrategier, der én metode var å addere høyeste potens først. I oppgaven 52 + 21 startet man altså med tierne og fikk 7 og deretter enerne og fikk 3, noe som ga svaret 73.

Ettersom stadig flere blinde elever tok høyere utdanning, også universitetsutdanning, ble behovet for hensiktsmessige hjelpemidler til å gjøre utregninger stadig større.

Aritmetikk

Tall

Naturlige tall
Også blinde barn har mange erfaringer med tall før de kommer til skolen, men som vi beskrev i kapittel 5, kan både forståelse og bruk være uhensiktsmessig. Mange har svært gode ferdigheter i både telling og "utenatt-matematikk", og ved å legge til rette for en sensorisk undervisning kan "tomme" ferdigheter få et konkret innhold. En av utfordringene i undervisningen bli dermed å forstå hvordan eleven utvikler sin tallforståelse.

For å kunne abstrahere tallbegrepet, må barn sammenligne og sammenholde mange mengder med både likt og ulikt antall. Blinde barn trenger flere akustiske og taktile input enn sine seende klassekamerater. Som nevnt i kapittel 6, spiller telle-prosedyrer en viktig rolle i utviklingen av tallbegrepet, og på et avansert nivå kan blinde barn i mange situasjoner strukturere tall gjennom en "hørbar" tallinje. Også opplevelse med kontinuerlige mengder og sammenligning og måling av ulike dimensjoner (høyde, lengde, dybde) spiller en viktig rolle for bevisstgjøring og forståelse av naturlige tall.

Fordi blinde barn ofte mangler erfaringer med å måle utstrekninger, blir det en viktig oppgave for skolen å gi eleven slike muligheter. Det er nyttig i begynnelsen å ta utgangspunkt i naturlige enheter så som finger- bredde, finger-lengde, fot, skritt og kroppshøyde.

Du kan la eleven bruke en kjent enhet , for eksempel utstrekningen mellom tommel og lillefinger, til å måle lengden av pulten. Kanskje viser målingen at pulten er lengre enn fem måleenheter, men mindre enn seks? En slik erfaring kan være et godt utgangspunkt for å forstå ideen som ligger til grunn for brøk.

Brøk
Allerede på småskoletrinnet og kanskje også i barnehagen møter barn brøkbegrepet i hverdagslige situasjoner. Som et enkelt eksempel kan en tenke på en eldre bror som spiser en hel brødskive mens en yngre bror bare spiser en del av en skive. Et annet eksempel kan være en familie med tre barn der en gjest har med seg to sjokoladeplater som så skal deles i tre deler.

Når en belyser brøk-begrepet er det viktig å gi mange opplevelser med sammenhengen mellom helhet og deler. En kan bruke papir, tråd, sirkler og vise hvordan disse kan deles i like store deler. Når elevene forstår ideen som ligger til grunn for brøkbegrepet (helhet og like store deler) knyttes dette til det matematiske språket og den skriftlige symboliseringen (nevner og teller).

Vi har erfaring for at papirbretting (litt stivt ark, ikke for glatt) er en nyttig måte å leke med sammenhengen mellom helhet og deler. Du tar for eksempel to like store ark for å illustrere brøken sju åttedeler (7/8). Det ene arket brettes først slik at det

blir to deler, og så på samme måte to ganger til. Nå kan eleven brette ut og se at det er blitt åtte like store deler og også sammenligne det sammenbrettede arket med det som ikke er brettet. Når en klipper eller river vekk en bretting fra arket, så har en to deler som er henholdsvis 1/8 og 7/8 i tillegg til det ubrettede arket, som utgjør helheten.

En annen mulighet er å bruke ulike brøk-sett, for eksempel et som vist på bildet. Et slikt sett er enkelt å lage, og det er hendig når man ønsker å vise sammenhenger mellom ulike brøkuttrykk. For eksempel at en tredjedel er det samme som to seksdeler og fire tolvdeler. Det er også et godt hjelpemiddel for å forberede operasjoner med brøk. Som eksempel kan vi ta 1/3 + 1/2. Eleven må da først finne de delene som tilsvarer nevnte brøkuttrykk og legge dem i utsparingen og deretter lete etter mindre deler som dekker nøyaktig begge de to brikkene (fem stykk av 1/6).

BILDE nr 5: Brøksett laget av Csocsán

Negative tall
Ideelt sett ønsker en at blinde barn også skal gripe ideen om negative tall fra dagliglivets erfaringer. Både erfaringer med temperatur og det å mangle penger er eksempler som gir grunnlag for til å forstå negative tall. Mer abstrakt er trolig relasjoner knyttet til kalender og tidsperioder før og etter Kristi fødsel. Dette innebærer forståelse av tid "før og etter", hva som har hendt og hva som kommer til å hende. Det kan også være vanskelig å forstå begrep som over- eller under havoverflaten, hvis eleven ikke har egne erfaringer med det.

Det er trolig enklest å forstå en lineær modell der null er "fysisk plassert" i midten og der det er taktile enheter i begge retninger fra null. Disse taktile enhetene kan så representere både konkrete og abstrakte fenomener, som for eksempel tog-stopp (før toget kommer til Lillehammer fra Hamar så stopper det på følgende stasjoner og fra Lillehammer går det videre nordover til Dombås, der det stopper på følgende stasjoner) eller termometer med grader på sommeren og vinteren. Dagliglivets erfaringer er svært viktige for å forstå ulike aspekter av det å tilta og å avta.

En god modell i operasjoner med negative tall er å bruke bildet på det å ha penger i motsetning til det å ikke ha penger, og å illustrere dette ved å bruke "låne-bevis". For penger bruker vi virkelige penger og for manglende penger en "debet-seddel".

Eksempel:
1. En elev har 5 kroner og en debet-seddel pålydende 2 kroner: 5 + (-2). Eleven eier 3 kroner: 5 – 2 = 3
2. En elev har 5 kroner og et lånebevis som viser at noen skylder ham 2 kroner. Han har 5 kroner og det motsatt av / slett ikke 2 kroner i lån. 5 -(- 2) Eleven eier 7 kroner. 5 + 2 = 7

Utfordringen er å skape en forståelse for hvordan en skriver – (- 2) og at det betyr +2.

Utregninger

Hoderegning
Hoderegning er viktig og svært nyttig for blinde barn. De elevene som er dyktige i hoderegning sparer mye tid, – tid som kan brukes til andre oppgaver i matematikkfaget. Hoderegning er også viktig i mange situasjoner utenfor klasserommet, for eksempel i butikker, på reiser og i matlaging. For å utvikle slike ferdigheter trenger eleven støtte både til å trene korttids- og langtidshukommelsen, så vel som å lære å bruke tall på en fleksibel måte. Et eksempel på fleksibel tallbehandling kan være å multiplisere med tallet ti isteden for ni, og så trekke første faktor fra produktet: 17 x 9 = 17 x 10 – 17 = 153. Et annet eksempel er hvordan en kan utnytte at 25 er firedelen av hundre: 32 multiplisert med 25 er 32 multiplisert med hundre som så halveres to ganger.
32 x 25 = (32 x 100)::2 = 3200::2 = 1600:2 = 800.

Elevene bør også få mye trening i å praktisere multiplikasjonstabellens analoge utvidelse. Eksempel: 5 x 5 = 25; 5 x 50 = 250; 5 x 500 = 2500; 50 x 50 = 2500, etc. Dette bør også involvere brøk, særlig desimaltall som 5 x 0,5 = 2,5 etc.

Skriftlig hoderegning
Et av argumentene for å bruke skriftlig hoderegning er at det kan utvikle tallforståelsen. Det er ingen faste algoritmer (regneprosedyrer), men elevene blir oppfordret til å vurdere tallene med tanke på å finne den mest hensiktsmessige måten å løse kalkulasjonen på. Det skriftlige er til "hjelp for hukommelsen", for å notere ned noen mellomregninger i prosessen. Noen trenger mange notasjoner, andre elever klarer seg med noen få (Klingenberg 2002 a & b).

Eksempel 1
295 + 138 =
En elev kan velge å gjøre dette slik:
295 + 138 = 300 + 120 + 13 = 433 (adderer hundrere, tiere og enere)
En annen elev slik:
295 + 138 = 300 + 133 = 433 (overfører fem enere fra andre til første addend).

Eksempel 2
295 – 138 =
En elev kan velge å gjøre dette slik:
295 – 138 = 100 + 60 – 3 = 157 (noterer ned hvor mange hundrere det er tilbake etter subtraksjonen, hvor mange tiere det er tilbake og at det er 3 enere for lite).
En annen elev kan gjøre det slik:
295 – 138 = 300 – 143 = 150 + 7 = 157 (gjør først begge tallene fem enheter større, ser at 143 mangler 7 på at det er halvparten av 300)

En tredje elev kan gjøre det slik:
295 – 138 = 2 + 60 + 95 = 157 (fra 138 til 140 er det 2 fra 140 til 200 er det 60 og fra 200 til 295 er det 95).

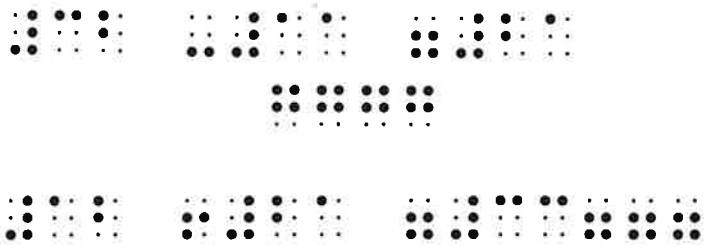
Når elevene løser oppgaver på ulike måter, blir det et godt utgangspunkt for å belyse at det alltid er flere tenkemåter fram til et resultat. Et mangfold av tenkemåter gir dessuten mulighet til å drøfte, og gir elevene trening i å argumentere for hvilken løsning de synes er best.

Skriftlige utregninger
Det er mange løsninger for hvordan regnestykker kan settes opp i punktskrift, men et lineært oppsett er i utgangspunktet best, fordi det harmonerer godt både med punktskriftens skriveredskap og leseteknikk. Blinde elever kan ha nytte og interesse av å kjenne til hvordan seende elever setter opp sine regnestykker, og omvendt. Innholdet er felles, men metoden kan være ulik.

Hovedregelen for en lineær oppstilling er at det er mellomrom foran regnetegnet:

1+1 = 2

Alternativt til å framheve svaret med å "sette to streker under tallet", kan en sette to streker etter svartallet. "To streker under" lages med "g" (dots 1245), mens "to streker etter" lages med er lik (=).



Skriftlig matematikk i punktskrift
Nøyaktighet er viktig når man skriver matematikk og bruker punktskrift. Det er flere grunner for det. Hvis et tall eller regnetegn har et utydelig punkt, kan det bety at utregningen blir vanskeligere eller at innholdet i kalkulasjonen blir fullstendig forandret. Noen tegn i punktskrift har forskjellig betydning avhengig av om det står inntil et annet tegn eller om det er en åpen celle foran, og noen tegn blir brukt for å gi det neste tegnet et spesielt innhold (potenstegn).

Det er best at eleven lærer skriftlige oppsett på et tidspunkt når det matematiske innholdet ikke er for utfordrende. Selve skrivingen må automatiseres, men etter hvert som det blir et betydelig antall oppgaver vil det være urimelig at eleven skal

skrive alle oppgaver som står i læreboken. Noen ganger vil det være nok å skrive oppgavenummer og svar.

Bruk av abakus
Utregninger på abakus er forskjellig fra både hoderegning og skriftlige algoritmer. Abakus har sine egne algoritmer. Ved bruk av abakus er det nødvendig å beherske følgende områder:

- Oppdeling av de ti første tallene. Eksempel: 8 er det samme som 5 og 3, 9 består av 5 og 4.
- Bruke samsvarende uttrykk for de ti første tallene: Et annet uttrykk for 8 er 10 minus 2
- Multiplikasjonstabellen i tallområdet opp til 100

Det finnes treningsmateriale for både lærere og elever på dette området.

Kalkulator
Det er naturlig at den blinde eleven får bruke kalkulator samtidig som de andre elevene i klassen, og da er det gjerne en talende kalkulator som er aktuell. Noen lærere bruker kalkulatoren som et læremiddel der elevene kan leke seg med tall, andre ser på den som et hjelpemiddel og venter med introduksjonen til de fire regneartene er godt innarbeidet. Det er selvsagt ingen løsning å bruke en kalkulator dersom eleven ikke vet om han skal addere, subtrahere, multiplisere eller dividere for å finne svaret på en problemstilling. Særlig ved kompliserte multiplikasjon- og divisjonsoppgaver er det tidsbesparende å bruke kalkulator, og hvis bruken er omfattende, vil en øreplugg være hensiktsmessig å bruke i klasserommet.

Geometri

Både blinde og seende barn opplever i førskolealder mange situasjoner som er knyttet til geometri, uten at de selv er klar over denne sammenhengen. Situasjonene vil selvsagt oppleves forskjellig av barna. For et barn som er sterkt synshemmet vil dybden på en hule eller en brønn gi en akustisk opplevelse (blant annet gjennom ekko), mens et barn som ser opplever dybden på en annen måte. Også dimensjoner ved store rom (hall) er først og fremst akustisk for et stekt synshemmet barn. De opplever nok også kroppshøyden til en person som snakker, så vel som avstanden til en person, akustisk. Det er først og fremst på skolen disse romlige (geometriske) erfaringene blir strukturert og bevisstgjort. Selv ikke taktile erfaringer er sammenlignbare for blinde og seende barn (se kapittel 5). Et annet stort problemområde for blinde barn i geometri er det å forstå sammenhengen mellom to- og tredimensjonale former. Det taktile bildet av en kube som sees i perspektiv er svært vanskelig (kanskje umulig?) å forstå.

Målsettingen med undervisningen må være å legge til rette for at elevene utvikler en grunnleggende forståelse for geometriske aspekter. Dette skjer først og fremst ved at elevene får bruke konkrete gjenstander og gode modeller i mange ulike situasjoner. De grunnleggende begrepene er: relasjoner i rom, enkle to- og tredimensjonale former og dimensjoner med lengde, dybde, høyde, bredde, vekt og tid.

Det er en fin aktivitet å øve seg på å beskrive og forklare gjenstander og modeller for hverandre. Modeller kan være til hjelp når det gjelder å tenke seg objekter som er langt vekk, eller som er for store eller for farlige til å ta på.

Former

En elev som undersøker en gjenstand med hendene trenger mer tid enn en elev som bruker synet. Det er også langt mer krevende for en blind elev enn en seende dersom han skal lage to- og tredimensjonale former, klippe, brette, lage applikasjoner, modeller osv. I mange tilfeller kan en god tallforståelse være til hjelp for å få et bilde av størrelse og utforming. Ved å ta utgangspunkt i en godt kjent gjenstand, kan en forklare nye dimensjoner: den er dobbelt så stor, den er tre ganger lengre.

Plangeometri
Det er vanskelig for alle barn i småskolen å forstå omsetting fra romlige former til planet. De har behov for mange erfaringer og det tar lang tid å mestre denne abstraksjonen. Seende elever kan imidlertid se de to- og tredimensjonale formene samtidig (for eksempel en terning) og dermed får de en direkte sammenligning. Berøring gir ikke en slik samtidighet.

Det er også vanskelig å demonstrere en mangekantet figur for en elev som er blind. Hvis vi for eksempel gir eleven et triangel laget av tre, er det egentlig en tredimensjonal "kropp". Vi kan peke på at høyden ikke har noen betydning for triangel-formen, men for eleven kan det bli mer en opplysning enn en virkelig opplevelse. Selv når vi tegner en trekant på plasttegneark kan figuren kjennes (oppleves) som en "kropp" / figur med et hull i midten.

Mange lærere bruker nåler og strikk på brett (porøst underlag) for å lage geometriske former. Det er gjerne nyttig for de seende elevene, men fungerer ikke alltid for blinde. Når hendene skal undersøke en slik rett linje, som siden på et triangel, kan strikken fort bli forskjøvet og forandres til en kurve.

Det er nødvendig at eleven får erfare plangeometri på flere ulike måter og at de selv kan være aktive. Sortering, gruppering og klassifisering gir eleven mange muligheter til å bli oppmerksom på forskjellighet og kongruente kvaliteter ved gjenstander. Bruk av flate gjenstander (bestikk, sakser, kammer) gir best opplevelse av det to-dimensjonale. På dette området i geometrien er det altså fint å bruke mange ulike innfallsvinkler og at eleven får bruke egne erfaringer. I tillegg til å

bruke taktilt tegneutstyr, kan en også tegne på elevens rygg og eleven kan tegne/ spore i sand. En annen nyttig måte er å la eleven bruke papir (kartong) på ulike måter. Å rive, klippe, brette og lime sammen gir mange plangeometriske opplevelser. Å brette papir kan illustrere både mosaikk, linjesymmetri, halvering av vinkler og effekter av speiling. Dersom eleven har utviklet en god finmotorisk ferdighet, har vi mange muligheter til å gi erfaringer innen plangeometrien.

Settet med logiske brikker som er laget av Csocsán består av 48 ulike geometriske figurer. De er laget i tre ulike materialkvaliteter (tre, plastikk, metall), og formene som er benyttet er kvadrat, trekant, sirkel og halvsirkel. Det er to størrelser av hver brikke og halvparten av brikkene har et hull i midten. Brikkene kan brukes til å sammenligne, til å klassifisere, lage serier eller grupper på grunnlag av karakteristiske kjennetegn. De kan gi erfaring med at to trekanter blir et kvadrat eller at to halvsirkler blir en sirkel. Materialet kan også brukes for å illustrere speilgeometri.

BILDE nr 6: Logiske brikker designet av Csocsán.

Tredimensjonale former
For virkelig å forstå form, den rene tredimensjonale formen som et objekt har, trenger den blinde eleven mange erfaringer både med dagligdagse gjenstander og produserte geometriske brikker. Som omtalt i kapittel 5, er ikke formen den mest framtredende kvaliteten ved et objekt for en blind elev. Eleven trenger derfor ofte hjelp til å rette oppmerksomheten også mot form-kvaliteten. Vi vil anbefale at en oppmuntrer eleven til å beskrive samtidig som han undersøker objektet. Det øker elevens bevissthet og det gir deg som lærer en mulighet til å kunne vite om eleven er oppmerksom på form-aspektet.

Når en bruker dagligdagse gjenstander så bør en i utgangspunktet søke å finne objekter som har en klar og ren form. Vi kan foreslå innpakningsesker til tannpasta, juicekartong, melkekartong, desserter (finnes blant annet som pyramider), bakepulverbokser, osv.

Det er også fint å la elevene konstruere nye tredimensjonale former ved hjelp av ulike grunnformer. En kan for eksempel bruke tre fyrstikkesker som utgangspunkt og be elevene om å lage en ny rektangelform som er større eller høyere. Til slike oppgaver er det også fint å bruke legobrikker eller andre konstruksjons leker. Det gir et godt utgangspunkt for å snakke om volum.

Dimensjoner og måling

Blinde barn har vanligvis mindre erfaring enn seende barn med hensyn til å sammenligne dimensjoner ved objekter. Årsaken til at det er slik ligger blant annet i at mange objekter ikke er tilgjengelig på grunn av høyde eller avstand. Også det å sammenligne svært små gjenstander er mer komplekst for den som bruker taktilsansen enn den som bruker synet. Når et barn skal arrangere fem glass av ulik

høyde etter stigende størrelse, så er sammenligningen hele tiden begrenset til to og to enheter om gangen. Dersom i tillegg korttidshukommelsen ikke er veldig god, så må eleven sammenligne alle enhetene om og om igjen for å utføre en slik oppgave. Dette er et eksempel som viser at sekvensielle prosedyrer (taktilsans) er langsommere enn simultane prosedyrer (synssansen).

En elev som er blind har også mindre erfaring med det å sammenligne og måle kontinuerlige mengder. De har mindre erfaring med å skjenke drikke eller det å se hvor mange glass med vann det blir fra en mugge som rommer en liter. Undervisningen må derfor ta sikte på å dekke noe av denne manglende erfaringen.

Før en introduserer standardiserte målehjelpemidler er det nyttig å lære eleven hva disse uttrykkene representerer på elevens egen kropp. Lengden av pekefingeren, lengden på armen, foten, leggen, hele kroppshøyden, osv. Dette er alltid tilgjengelige "måleinstrumenter" som barnet kan bruke når det er snakk om sammenlignbare størrelser. Det er imidlertid viktig å "oppjustere enhetene" etter hvert som barnet vokser.

Brettet kartong kan være et godt hjelpemiddel når en skal regne ut overflaten på en mangekant. Det finnes også ferdige modeller i både plast og metall som kan brettes ut og settes sammen igjen. Utregning av volum kan forberedes ved hjelp av ti-bas kuber, og vi vil også trekke fram muligheten av å bruke ordinære målebeger i tillegg til skolens læremidler, slik at elevene ved egenaktivitet blant annet skal få tak på sammenhengen mellom en liter og en kubikk desimeter.

Penger: Mange barn, og da oftest seende barn, får tidlig anledning til å disponere lommepenger. De kan gå til butikken eller til kiosken for å kjøpe godterier eller iskrem og på den måten erverve en forståelse for mynter og mindre pengesedler. Praktiske årsaker og vanskelige områder å orientere seg i kan være årsaker til at blinde barn ikke får de samme erfaringene.

I de fleste land er det ulik størrelse og vekt på mynter, og dette gjør det mulig å skille mellom ulike pengeverdier. Sedler er vanskeligere, selv om de også kan variere i størrelse. Men når en bare har én seddel, vil det selvsagt være vanskelig å vite hva slags seddel det er. I noen land er sågar alle sedler like store, noe som selvsagt gjør det enda mer komplisert, men i andre land igjen er sedlene merket med punktskrift. Selv om klassen bruker "lekepenger, er det viktig for den blinde eleven at hun blir kjent med virkelige penger. For å lære å diskriminere mellom ulike mynter er det nyttig å sette ord på særtrekk ved størrelse, tyngde, struktur på myntens omkrets eller på selve pregingen.

For sedler kan det være lurt å bruke en lommebok med flere rom for ulike pengeverdier, eller at eleven lærer seg til å legge sedlene i en bestemt rekkefølge eller til å brette dem på bestemte måter. For elever som enten strever med tallforståelsen eller også med å gjenkjenne de ulike seddeltypene, vil det være

tryggest å be om å få beløpet utlevert i en bestemt verdi. Å be om at sedlene blir sortert slik at minste verdi ligger øverst er et annet lurt tips.

Butikklek, der elevene får trening både i å veksle, gi tilbake og handle, hjelper eleven til å forstå nytteverdien av penger og også at personlig økonomi må planlegges. Dette er selvsagt områder som det er fint å samarbeide med foreldrene om.

Tid: Et lite barn lever i en her og nå situasjon, der opplevelsene i stor grad er sanselige. Først når barnet har levd en tid blir "øyeblikksopplevelsene" satt i en sammenheng med hverandre og erfaringene fremstår i et mønster. Tidsmønsteret har både en lineær og en sirkulær modus. Forståelse for tid som sirkulær modus utvikles i sammenheng med forventninger til gjentakelse, for eksempel forventninger til hva som kommer til å skje til jul og til fødselsdagsfeiringer. Forståelse for tid som et lineært fenomen utvikles etter hvert som barnet begynner å reflektere over hva som vil skje neste uke eller når det blir ungdom og voksen.

Den viktigste forklaringsmodellen knyttet til det lineære tidsbegrepet er årsakene. Det som hender i dag kan knyttes til det som hendte før, og til det som skal skje i fremtiden. Den lineære klokketiden blir et objektivt mål på selve livet, et objektivt mål som for eksempel kan deles inn i timer til arbeid og timer til fritid.

Vi har erfart at evnen til å forstå tid og måling av tid er vanskelig. David Warren (1994) sier at årsaken til dette kan være fordi tidsbegrepet er sterkt samsvarende med forståelse for spatiale forhold, men han fremhever også behovet for videre forskning på disse områdene.

Fra egen undervisningserfaring kan vi berette hvordan vi har forsøkt å bygge opp en forståelse for den målbare tiden. For det første har vi tro på at tidsbegrepet må plasseres inn i kjente rammer. *Når går du å legger deg? Når står du opp om morgenen? Vi spiser lunsj klokken halv tolv. Skoletimene varer i 45 minutter, friminuttet varer i ti minutter, etc.*

Ved å bruke en stoppeklokke kan en knytte tidsbegrepene til ulike aktiviteter. *Hvor lang tid tror du det tar å gå ned og opp trappen? Hvor mange ganger kan du sette deg ned på gulvet og reise deg igjen på ett minutt?* Det er lurt å la elevene estimere et svar og så reflektere over denne estimeringen etterpå, for å se hvor nær en kan komme. Denne "leken" kan brukes allerede i barnehagen, selv om barna ikke har en realistisk forståelse for sekunder, minutter og timer. Det er en måte å introdusere klokketiden på uten at det er krav til forståelse.

Forskyving

I småskolen er det mange aktiviteter som bygger opp forståelse for forskyving og omforming. Papirbretting kan brukes til å illustrere at linjer blir symmetrisk forskjøvet eller til å produsere forstørringer og forminskninger i forhold til geometriske former. Punktskriften kan også brukes for å vise dreining og speiling. For eksempel bokstavene "ei" i forhold til "ie".

ei eller ie.

Forskyvning langs en linje kan illustreres ved å bruke to kongruente mangekanter (fullstendig like) som man plasserer oppå hverandre og der man forflytter den ene mangekanten langs en linjal. Til slike aktiviteter vil det være fint å bruke linjal og mangekanter med magnet på baksiden.

Geometrisk tegning

Taktile illustrasjoner kan være nyttige i undervisningen, og taktile illustrasjoner kan produseres på mange måter. Enklest er det kanskje å bruke tegneplast og tegne samtidig som man forklarer for eleven. Når det er behov for flere kopier av en figur blir det benyttet plasttrykk, svellpapir og dataproduserte utskrifter.

Blinde barn trenger opplæring i å lese taktile illustrasjoner dersom bildene skal gi mening. Det er enklest å forstå en illustrasjon dersom eleven får "lese sekvenser" (steg for steg) etter hvert som vi tegner.

BILDE nr 7: Sekvenser fram til ferdig skisse.

Det er ønskelig at eleven selv får trening i å tegne og å bruke hjelpemidler (sjablonger, linjal, passer etc), og vi vil komme tilbake til dette under overskriften "læremateriell".

Diagram og tabeller: Punktskrift er ikke det best egnede skriftsystemet for å presentere informasjon i diagrammer og tabeller. Punktskrift er best egnet til lineære framstillinger, og for en "ung leser" bør en velge ut de mest relevante diagrammene og modifisere disse til å passe til punktskriften. En bør unngå store diagram, og ofte også ruter og linjer som kan gjøre framstillingen vanskelig å orientere seg i. Å tolke et diagram eller en tabell krever ekstra innsats fra den som leser med fingrene, og en slik fremstilling kan dermed gjøre oppgaven unødig komplisert (til forskjell fra visuell sans som opplever helhet). Ved prøver og eksamener bør en derfor alltid vurdere hvilken framstillingsform som er best egnet til å gi nødvendig informasjon med tanke på oppgaveløsning.

Med tanke på fremtidig geometriundervisning er det fint dersom eleven er vant til å bruke penn og linja på plasttegneark, og at han lærer seg til å trekke linjer og til å tegne ulike former. Dersom oppgaven er å tegne en linje som er 10 cm, bør eleven

sette et merke der linjen skal starte, og deretter plassere linjalens venstre kant der (holdes med høyre hånd). Etterpå kan ha telle 10 centimeter langs linjalen og trekke linjen tilbake mot høyre hånd. På denne måten kan eleven konsentrere seg om å tegne linjen i stedet for å tegne og ta rede på centimeter på samme tid, noe som er en nesten umulig oppgave.

Ved å bruke hjelpemidler som er tilpasset med punktskrift (linjaler, transportør, geometrisk kompass, etc) sammen med tegneark i plast, kan eleven lære å lage trekanter, vinkler og ulike typer figurer. Men som vi har påpekt tidligere, så anbefaler vi at slike ferdigheter også trenes i andre fag (for eksempel i tilknytning til formingsaktiviteter).

BILDE nr 8: Geometriutstyr for synshemmede

Dersom du har behov for å lage hurtige tegninger, anbefaler vi også å bruke origami. Dette gir vi eksempler på senere i dette kapittelet.

Denne boken omhandler matematikkfaget, men karakteristisk for et godt undervisningsopplegg er at det er sammenheng mellom alle skolefag. Et godt skoletilbud krever altså at alle som underviser i klassen samarbeider om både undervisningsinnhold og undervisningsmetoder. For matematikk har vi allerede nevnt hvordan formingsoppgaver i faget Kunst og håndverk bereder grunnen for ferdigheter og forståelse i geometri. I dette faget er det dessuten mange muligheter til å utdype forståelse for metriske målinger: Hvor sidt er et miniskjørt?; Hvor vid er vesten min?; Hvor lang er armen min?; Hvor mye stoff trenger jeg til et skjørt?; Hvor langt er skjerfet som jeg strikker?. Kroppsøving er et annet sentralt fag for å forstå matematikk, fordi kroppsøving gir gode muligheter til å kombinere egenaktivitet og begreper innen tid og rom (lengden av et hopp, tid og avstand i løp). I Samfunnsfagets historiedel er tidsperioder og tidsregning sentralt (før- og etter Kristi fødsel), mens geografidelen gjerne omfatter kart og målestokk. For at eleven skal mestre problemstillinger knyttet til vekt og volum er det nødvendig med samarbeid mot både Natur og miljøfag og mot Heimkunnskap. Når lærerne samarbeider om å tilrettelegge for en presis begrepslæring, blir det en gevinst for det enkelte faget, samtidig som elevene får bedre mulighet til å se hvordan ferdigheter i fagene er en del av hverdagslivet. For eksempel kan ferdigheter i det å differensiere mellom akustiske mønstre (se kapittel 8) være til stor nytte i orientering i en vanskelig trafikksituasjon.

Læremidler

Matematikk består av mange emner, og i alle emnene er det mange ulike begreper. For å gi elevene en mulighet til å forstå disse begrepene og også motivere til å videreutvikle sin matematiske tenkning, kan konkrete læremidler være nyttige. Det er imidlertid ikke alltid like enkelt å avgjøre hva en skal velge. Hva slags materiale kan hjelpe eleven til å forstå hvor mye 567 er? Hva slags materiale kan hjelpe eleven til å forstå en meter, slik at jeg kan fortelle ham hvor høyt et tre er? Hva slags

materiale kan belyse multiplikasjon og divisjon, slik at han senere kan forstå sammenhenger mellom ulike valuta?

Hendene er viktige organ for å hente informasjon for en som er blind, og derfor er det viktig at læremiddelet er slik at eleven selv kan håndtere det. Men vi må heller ikke glemme det akustiske aspektet eller at akustiske erfaringer er å betrakte som "konkrete læremidler" for blinde barn.

Når en tar i bruk et nytt materiale er det nødvendig å gi den blinde eleven tid til å utforske det på egen hånd og på sin måte. Som vi har nevnt tidligere kan det være helt andre karakteristika som interesserer, enn det som seende barn fokuserer på. Det kan oppleves nødvendig å vite hvordan det lukter og hva slags lyd en kan lage med det. I håp om å unngå feilanskaffelser setter vi opp noen punkter som kan være til hjelp når en skal velge læremidler.

➤ *Mulighet for å bruke materialet på flere måter.* Selv om det er fint og nødvendig med variasjon er det lurt å ikke bruke unødig mange læremidler. Dersom eleven mister oversikten over materialet, mister han også oversikten over det faglige innholdet. Senere i dette kapittelet vil vi diskutere hvilke grupper med læremidler som er mest sentrale.
➤ *Det karakteristiske ved objektet.* Unngå objekter med skarpe kanter. Objektet bør dessuten være slitesterkt og ikke lett å ødelegge. I valget mellom et lett og et tyngre materiale er det sistnevnte vanligvis å foretrekke. Et materiale med litt egenvekt kan sies å gi mer feedback til hendene, det er stødigere og det forsvinner ikke så lett.
➤ *Praktisk organisering.* Det er nyttig både å systematisere plasseringen av læremidlene når de ikke er i bruk og å gjennomgå med eleven hvordan de ulike læremidlene kan brukes mest mulig rasjonelt. Det første for at eleven skal kunne være selvstendig med hensyn til å finne fram og sette på plass, og det andre som en kompensasjon for at eleven ikke kan lære av å se hvordan medelever bruker læremidlene. Telling utføres for eksempel helst fra venstre mot høyre, noe som også understøtter lesingen. Ofte blir løse gjenstander brukt og det er viktig at eleven lærer å flytte objektene fra en plass til en annen for å holde oversikt. Brett, bokser eller kanter kan være til stor nytte for å samle og avgrense. Et annet praktisk råd er å sette kanter på pulten slik at en unngår at små ting faller på gulvet.

Når en tar hensyn til blinde barns sensoriske muligheter anbefaler vi strenger med perler i en passende størrelse. Disse gjøre det mulig for eleven samtidig å oppleve både antall perler og perlenes posisjon i en sekvens. Det er altså mulig å ha en taktil simultan opplevelse av deler og helhet.

Ved å bruke et fint "aritmetisk smykke", har eleven mulighet til ikke bare å addere og subtrahere, men også multiplisere og dividere. Dette nyttige læremiddelet kan knyttes til akustiske input og kan således hjelpe elevene til å bruke og omsette sine akustiske erfaringer til matematikk.

Ved å bruke Kleins "aritmetiske smykke" (se starten på dette kapittelet) kan eleven:
➤ erfare antallsegenskap ved en samling
➤ sammenligne ulike antall ved to og tre mengder
➤ erfare og lære strukturer på tallinjen, for eksempel repetisjon av femmere og tiere
➤ være i stand til å illustrere addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon.
Eksempler: 4 x 3. Avstanden fra 0 og til 3 (3 perler) gjentas fire ganger. På denne måten kan eleven kjenne at lengden av snora inneholder 12 perler. 12 : 3. Kjedet festes mot underlaget ved null (solid nål og porøs plate) og eleven finner perle nummer tolv som han holder med en hånd. Med den andre hånda teller han tre enheter tilbake, og bretter denne avstanden (3 perler) langs hele kjedet så mange ganger som det blir plass, helt til han er tilbake til null. Det er lett å kjenne at det er fire snorer mellom fingrene.

Dette læremiddelet kan også knyttes til akustiske input, og på den måten gi eleven mulighet for å bruke sine akustiske erfaringer i matematikk.

En annen god modell for å danne mentale bilder og begrep av tallenes relative størrelser er Dienes klosser. Disse klossene finnes i mange varianter, men de som er laget av tre synes etter vår mening å være de beste.

BILDE nr 9: Dienes klosser

Terninger
Det finnes ulike terninger på markedet, og det kan være fint at elevene får erfaring med flere typer. En terninger som har samme størrelse som fingertuppen vil trolig være mest funksjonell til bruk i spill. Opphøyde (eller nedfelte) punkter gir et taktilt tallbilde som eleven kan kjenne igjen.

Tallformer
Tallformer er produsert med tanke på synshemmede elever. Materialet er laget etter tallbilder som var vanlig brukt for seende barn så tidlig som i 1940. Ideen med materialet er at "bildet" også kan læres taktilt. Materialet består av ti ulike tallformer, og for de fem første er det to av hver (rød og blå). I tillegg følger det med en oppbevaringseske og en ramme for å sette sammen tall(former) til nye tall. Rammen har ett rom for enerne og ett for tierne. Agéllii, som har utviklet materialet, sier at eleven kan telle knappene på hver brikke, eller helst lære å gjenkjenne formen på brikken uten telling.

BILDE nr 10: Tallformer av Agélii

Abakus
Et godt utregningshjelpemiddelet, ikke bare for blinde, er abakus. I Europa er det kun i de nordiske landene at det har vært vanlig å bruke abakus i matematikkopplæringen. Vi antar at årsaken til at matematikklærere i andre land ikke bruker dette hjelpemiddelet er at de ikke kjenner abakusens fortrinn.

BILDE nr 11: Abakus

Abakus brukes for å utvikle bevissthet i forhold til
- *Kardinale og ordinale aspekter ved tallene*
- *Helhetlig opplevelse av et antall*
- *Erfaring med del og helhet i tall*
- *Tallstrukturer*
- *Antall og symboler*
- *Posisjoner i tallsystemer*
- *Tall som resultat etter utregninger*
- *Sammenhenger mellom ulike utregninger*
- *Forberedelse for algebra, for eksempel*
  8=5+3 =2+6 =10-2 = 50-40-2 etc.

Kroppsmatematikk
Det å bruke såkalt "kroppsmatematikk" er en god metode når en skal introdusere enkelte matematiske begrep. På denne måten kan du illustrere tall, retninger, dimensjoner, osv. Her gir vi bare noen få ideer og eksempler med hensyn til å bruke kroppen som læremiddel til det å vise enkle fakta og relasjoner.

Elevene kan erfare:
- *antall lemmer, øyne, ører.*
- *retninger som høyre, venstre, over, under, foran, bak etc.*
- *spatiale relasjoner som midt på framsida.*
- *vinkler mellom fingre og armer.*
- *ulike dimensjoner som høyde, dybde, vidde, lengde, omkrets, utstrekning, vekt, volum, avstand.*
- *varighet, avstand gjennom bevegelse.*
- *distanse og dybde ved å lage lyd og ekko.*
- *tall gjennom pust og hjerteslag.*
- *tid gjennom aktivitet, bevegelse og biologiske perioder etc.*

BILDE nr 12: Kroppsmatematikk. Det er plass til meg inne i en kubikkmeter.

Vi mener at kroppsmatematikk ikke bare er aktuelt for små barn, men for elever på alle skoletrinn.

Tegnemateriell og origami
Det finnes ulike typer tegnemateriell på markedet. Vi anbefaler tegneplast og tilhørende gummimatte i tillegg til en gradskive og en passer samt et rissehjul for å lage "prikkete linjer". Mange grunnleggende begreper kan også klargjøres ved å brette papir, for eksempel teknikken Origami, den japanske papirkunsten.

BILDE nr 13: Origami

Ved hjelp av origami kan du illustrere geometriske begreper på en aktiv måte sammen med elevene. Vi anbefaler at du prøver ut dette selv! Ta et ark og en

kulepenn, lukk øynene og prikk inn to punkter med pennen med ca 10 cm avstand. Brett nå papiret slik at bretten blir en linje mellom de to punktene. Hvis linjen er tydelig nok til å oppleves med fingrene, kan du bevise for deg selv to grunnleggende prinsipper ved geometri. Et av dem er: Det er bare én rett linje som knytter sammen to punkt. Det andre er at denne rette linjen er den korteste avstanden mellom de to punktene.

De av oss som har arbeidet på dette fagfeltet i en lang periode har erfart at etter hvert som forming ikke spiller den samme rollen i skolen lenger, så har det vist seg å være negativt for blinde barns geometriske forståelse. Særlig har det gått ut over evne til å forestille seg strukturen i tredimensjonale geometriske former.

Vi vil sterkt anbefale en såkalt "geometri-boks" (du kan bruke en skoeske) til hver elev i klassen. Innholdet i boksen kan settes sammen etter behov. Vi anbefaler linjal med taktil markering, enkle tegnehjelpemidler, ark til bretting, modeller (Dienes cube) osv.

BILDE nr 14: Geometri-boks

Observasjonsområder på alle trinn
Det tar lengre tid å gjøre utregninger i punktskrift enn i vanlig skrift. Lesing, skriving, utregning med abakus (tidkrevende i innlæringsfasen), tegning i geometri, lese et diagram eller en tabell er krevende for den som bruker punktskrift. Slik er det både i timer og i prøvesituasjoner. Vi anbefaler å bruke færre eksempler, men ikke så få at det ikke er nok til å vise meningen med problemstillingen. Ved skriftlige prøver bør den blinde eleven få mer tid, men færre oppgaver av hver enkelt type.

I de fleste landene er det resurssentrene eller punktskriftbibliotekene som omsetter vanlig skrift til punktskrift. Arbeidet er tidkrevende og det er derfor nødvendig å planlegge i god tid hvis man skal få produsert materiell til prøver eller prosjektarbeid. Det kan være vanskelig å vite hvordan en prøve skal se ut uker før selve prøvesituasjonen, men husk på at det ikke er nødvendig at prøven er absolutt tilsvarende prøven til de seende elevene. Det viktige er at eleven får en prøve med samme faglige innhold og som er tilpasset punktskriften.

VIII

EKSEMPLER TIL KLASSEROMMET INKLUSIVE SPILL

Som vi tidligere har omtalt er egenaktivitet et svært viktig stikkord i undervisningsopplegget til blinde elever, og at elevene også får anledning til å fortelle hva de gjør og hva de kommer fram til. Her følger eksempler på aktiviteter som kan hjelpe elevene til å forstå noen av de grunnleggende områdene i matematikk. Flere av disse er prøvd ut av Koskinen (1999)

Aktiviteter med 10-basmateriell

Vårt tallsystem er et posisjonssystem med ti som grunntall, og vi "komponerer" nesten alle tallord på dette grunnlaget. Forutsetningen for å kunne utføre beregninger er at eleven forstår dette tallsystemet. Derfor er det viktig å arbeide med en grunnleggende forståelse av hvordan tall er oppbygd, slik at eleven får mulighet til å oppfatte også store tall. Tallforståelse har konsekvenser for alle områder i matematikk.

Små barn må få rikelig erfaring med å telle gjenstander. På den måten får de erfaring med at alle ting (uavhengig av størrelse, form, materiale) kan telles og at tallordene korresponderer med bestemte mengdestørrelser (antall). Måten som det blinde barnet bruker hendene sine på når det teller, kan si oss mye om tallforståelsen. Bruker han begge hendene? Arbeider hun systematisk? Hvordan organiserer han gjenstandene?, osv.

For å utvikle tallforståelse kan det i skolesammenheng være nyttig å bruke et ti-bas materiale. Et slik læremiddel kan brukes til å:

- *Telle (også i sammenheng med "regletelling") forlengs og baklengs.*
- *Korrespondere antall gjenstander med samme antall klosser.*
- *Finne relasjoner ved å sammenligne flere – færre; lengre – kortere; større – mindre; tyngre – lettere.*
- *Lage funksjoner, koble og gruppere elementer i samlinger.*
- *Lage ulike tallmengder (naturlige tall og brøkuttrykk).*
- *Strukturere tall, – relasjoner mellom del og helhet; bygge en tierstav, dele den og telle hvor mange kuber det er i høyre og venstre hånd.*
- *Legge sammen og ta vekk i tallområdet 0 – 100 (særlig i tallområdet 0 – 20).*
- *Forberede til multiplikasjonstabellen; bygge "hus med flere etasjer" og bruke dem til å utdype multiplikasjon.*
- *Belyse skriftlige operasjoner*
- *Som hjelp til å forstå også andre tallsystem*
- *Illustrere areal og volum*

Det kan være en fordel dersom en finner klosser som har et hull (eller annet merke) på sidene (slik som Multicubes). Det gjør det enklere å telle når klossene er satt sammen (satt sammen til tårn). Fingrene stopper et kort øyeblikk opp ved hver kloss (ved hvert hull) koordinert med tellingen. Glatte klosser kan gi eleven et feilaktig telleresultat dersom der er skjøtene som blir telt og ikke klossene.

La eleven bli fortrolig med kubene gjennom stadig å bygge tiertårn og dele disse i to eller flere deler: 2 + 8; 3 + 7; 5 + 5 etc. Med Multicubes kan man også bygge tredimensjonale figurer fordi denne typen kan settes sammen i flere retninger. Det negative med disse klossene er at de krever god fingermotorikk og fingerstyrke. Skal for eksempel klossetårnet deles på et bestemt sted, blir det like gjerne tre klosser i hånden isteden for to.

Montesorriperler er fine å bruke når man øver tallområdet 0 – 1000, og vi gjøre oppmerksom på at det finnes (i det minste) to typer av dette materialet.

BILDE nr 15: Tusen-kuber og tusen-kjeder

"Enerne" består av atskilte perler og "tierne" er perler som er satt sammen til en stang. "Hundre-formen" er enten laget som et kvadrat med 10 x 10 perler, eller som et kjede med tierstenger sammenbundet med metallringer. Tusen-formen er enten laget som en kube eller et tusen-kjede.

Det negative aspektet med dette 10-basmaterialet er at enhetene både er små og at de ruller slik at de kan være vanskelig å kontrollere. Derfor er Montesorriperler ikke godt egnet til å trene addisjon og subtraksjon, men fungerer fint for å belyse hele tiere, hundrere, etc.

Materialet har altså sin styrke i det å vise hvordan tall kan "se ut". Hundre perler i form av en kvadrat kan nesten få plass inne i hendene, og hundre nøyaktig like store perler i et kjede er like langt eller kanskje lengre enn en fot?

10-basmateriell for tallforståelse
Materialet som er vist på bilde 16, er egnet til å øke forståelse for store tall og strukturen i posisjonssystemet. Det kan brukes til addisjon og subtraksjon av store tall. Enerne, tierne, hundretallene, osv. har bestemte plasser (bør merkes med tydelige kanter). Enerne har alltid posisjonen helt til høyre, tierne til venstre for enerne, osv.

BILDE nr 16: Klossemateriell som illustrerer posisjonssystemet.

Prinsippet er at når det blir ti enerbrikker, tierstaver, hundrekvadrater eller tusenkuber i et posisjons-rom, må en veksle til en høyere enhet. Tallet 1167 på bildet består av en tusen-form, en hundreform, seks tiere og sju enere. Med dette som utgangspunkt kan en eksperimentere med:

- Hva skjer når du legger til fire hundre?
- Hva skjer når vi tar vekk fem tiere?
- Hva skjer når vi tar vekk tre hundrere og to tiere?
- Hvordan skriver du 1001?

Slike drøftinger er et godt grunnlag for å forstå hva som skjer når en adderer og subtraherer store tall. Materialet illustrerer også "fenomenet null" og gir støtte til det å lese og skrive store tall der ett eller flere siffer er null.

Areal og volum med 10-basmateriell
Vi har sett på to ulike typer materiell. Begge er laget ut fra samme prinsipp med enere, tierstaver, hundre-brikker og tusen-kuber. Enerne er laget som en kubikk centimeter. Forskjellen mellom de to typene var at det ene typen kunne utvides. Begge hadde sine fordeler og ulemper.

Selv om materialet vanligvis begrenser seg til tusen, kan en på egen hånd utvide det med en ti-tusen-form eller en hundre-tusen-form som lages i skumgummi. En kan også lage en million-kube med 1 meter lange rør.

10-basmaterialet kan også brukes til å introdusere geometriske begreper. Eneren med 1 cm side er en kubikkcentimeter (cm^3), og hundrekvadratet er en dm^2 og en tusen-kube en dm^3.

Fra praksis har vi sett at elever har oppdaget at de kunne bruke ti-tusen-staven til å nå opp til taket. Dette ble utgangspunktet for å undersøke om takhøyden i alle skolens rom var den samme. Slik ble et enkelt læremiddel en hjelp til å utvide den spatiale forståelsen hos elevene.

Hundretusen platen kan gi elevene et konkret bilde av en kvadratmeter. De kan undersøke hvor mange personer som får plass på en kvadratmeter, om en kan ligge diagonalt eller sitte? osv.

BILDE nr 17: Eleven sjekker egen utstrekning i forhold til 1 m^2

Fortrinnet med dette materialet ligger i at også de virkelig store tallene kan få et "kontrollerbart uttrykk" for synshemmede elever. Selv om en ikke kan kjøpe en million små enheter og sette dem sammen til en m^3, så kan systematisk undervisning bygge opp en forståelse for "den store millionen".

Viktigst er det dog at elevene forstår sammenhengen mellom enheten og tieren. At ti kuber (klosser) og tierstaven er akkurat det samme. Trolig kan materialet være til hjelp i en slik erkjennelse, siden det lar seg gjøre å sammenligne størrelsen mellom ti kuber og tierstaven.

Montesorri-perlene består av enheter, tierstaver, hundre-former enten som kvadrater eller som kjeder og tusen-former som kuber eller kjeder. Elevene bør bli fortrolig med enheten, tierstaven og hundre-kvadratet før de blir introdusert for tusen-kuben eller kjedet. Materialet egner seg til å gjøre ulike målinger, både med lengde og høyde, og gir muligheter for å eksperimentere med store tall. Når elevene begynner å bruke tusen-kjedet og kanskje ønsker å telle perlene, må en forvente at resultatet blir feil. I kjedet er hver tierstav sammenbundet med en metallring som noen elever gjerne teller på lik linje med perlene. Dette er imidlertid et problem som blir eliminert når elevene blir kjent med materialet.

Tusen-kjedet kan gi inspirasjon til å gjøre ulike målinger. Det kan være morsomt å måle hvor langt en kan komme ned trappen når en elev holder kjedet på toppen og en annen drar kjedet med seg nedover trinnene. Elevene kan så sammenligne resultatet med en test på om kjedet når ned til gulvet hvis det slippes rett ned mellom etasjene. Dette er eksempel på en mulig forskjell mellom seende og blinde elevers opplevelse av lengde og avstand.

En av fordelene med dette Montesorrimaterialet er at det gir en konkret mulighet til å oppfatte store tall. De elevene som vi har arbeidet med har alle blitt opptatt av tusen-kjedet, og det å bruke to kjeder har vært "dobbel moro".

En annet viktig egenskap ved materialet er at antall og vekt samsvarer. Et hundre-kvadrat er akkurat hundre ganger tyngre enn en enkelt perle. En tusen-kube veier tusen ganger mer enn en enkelt perle og ti ganger mer enn et hundre-kvadrat. For kjedene er ikke vekten helt samsvarende med de øvrige formene, ettersom det her er brukt metallringer i sammenbindingene.

Aktiviteter med målinger

Vekt
Sammenhengen mellom størrelse og vekt kan ofte avstedkomme mange gode spørsmål. Hvordan kan for eksempel en liten klokke være mye tyngre enn en stor eske? Når det gjelder veiing anbefaler vi at en bruker litt tid på estimering, og for å kontrollere estimeringene er det fint om en har tilgang til en talende vekt. Hvem var nærmest? Hva sammenlignet du det med? Hvor langt fra sannheten var vi? På en slik måte kan vi gi elevene et realistisk begrep om størrelse og vekt.

BILDE nr 18: Hvor mye veier brillene? Talende vekt kan gi svar.

Måling av volum
Også volummålinger krever konkret arbeid, men for ganske mange elever er det vanskelig å beherske de ulike "måleinstrumentene". Mange blinde elever strever med å holde kontroll på håndleddet i sammenheng med et redskap (skje, kopp, målebeger). I tilknytning til måling er det relevant å drøfte hvilke måleredskaper

som er hensiktsmessig å bruke til ulike oppgaver. Blir du ferdig i dag hvis du skal fylle en bøtte med vann og du bruker en skje? Elevene kan bruke prøve og feile metoden for å komme fram til svar på problemstillingene.

Å gjøre målinger er som sagt nokså komplisert for blinde barn. Det er vanskelig å få nøyaktig resultat både på grunn av selve oppmålingen og fordi det kan være vanskelig å lese av resultatet. Alternativt til måleinstrumenter som brukes i forlengelse av hånden er det ofte enklere å bruke målebeger som kan settes på bordet og fylles opp til kanten.

Punktskrift og matematikk

Vi har gjennomgått notasjoner i punktskrift i flere land og funnet at de i en viss grad varierer. Vi vil derfor bare gi noen få eksempler på punktskriftnotasjoner. Noen aspekter er imidlertid felles. Som vi tidligere har nevnt er det bedre å bruke en lineær oppstilling enn en vertikal. Når en elev som bruker punktskrift skal besvare en regnefortelling, bør en redusere skrivingen til et forsvarlig minimum. Det er ikke nødvendig å skrive ned deler av teksten eller et langt verbalt svar.

Eksempel:

Arnes far kjører lastebil. Første uken i mars kjører han 1500 km, og andre uken 850 km. Den tredje uken kjører han 1000 km og den fjerde 1100 km. Hvor mange km har han kjørt til sammen i hele mars måned?

Den synshemmede eleven skriver bare det essensielle:

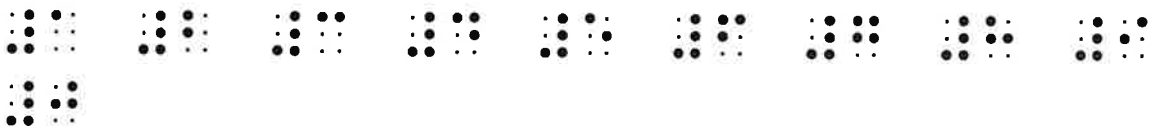
1500 + 850 + 1000 + 1100 = 4450 km

Når eleven kjenner tallene og kan bruke abakus, en kalkulator eller et annet utregningshjelpemiddel, kan det også være nok at hun bare skriver ned oppgavenummer og svaret på oppgaven.

I stedet for 3 + 5 + 6 = 14, skriver hun altså bare 14 bak oppgavenummeret.

Vi vil også peke på at det i undervisningen er viktigere å vektlegge de matematiske begrepene enn punktskriften. Dette gjelder særlig i begynnelsen (Clamp 1997), men sørg for at skrivingen kommer med når eleven er moden for det.

Som vi har omtalt i kapittel 3 består tallene i punktskrift av bokstavene a til j med et talltegn foran bokstaven. Tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 skrives på følgende måte:



For å skrive tallet 1342 settes talltegnet foran første siffer:

Elevene bør lære at punkskriftnotasjoner kan ha ulik betydning. Det er punktskrift brukt i litterære tekster, punktskrift i matematikk og punktskrift i noter. Dette medfører at samme punktskrifttegn kan ha helt forskjellig mening avhengig av hvilken sammenheng tegnet er satt i, og om det brukes 6- eller 8 punkt.

Vi har også poengtert at det er viktig å være nøyaktig når man skriver matematikk med punktskrift. Ett feiltrykket punkt, eller utelatt punkt kan gjøre det svært vanskelig å finne løsningen. Også mellomrom spiller en rolle i så måte, fordi flere puntkskrifttegn skifter betydning avhengig av om det er et mellomrom før tegnet eller ikke.

Tallene består av de fire øverste punktene i cellen (1 og 2 og 4 og 5), mens regnesymbolene gjerne er satt sammen av de fire nedre punktene (2 og 3 og 5 og 6). Det er imidlertid også regnetegn der også punkt 1 og 2 blir brukt. I Norge viser vi til Norsk standard for 6-punkt blindeskrift.

Det finnes også et annet viktig aspekt. For mange elever kan valget mellom å bruke punktskrift og forstørret skrift bli aktuelt i matematikk. Forstørret skrift kan bety at prosedyrene blir svært langsomme. Det kan også være komplisert å lese "visuelle oppstillinger" som i stor grad benytter vertikale algoritmer. I slike situasjoner bør en vurdere om det vil være mer hensiktsmessig å benytte punktskrift og / eller algoritmer som er utviklet med tanke på punktskriften.

For noen elever kan den beste løsningen være å bruke kassettspiller. Den kan enten brukes som et tilleggshjelpemiddel for en sterkt synshemmet elev for å gjøre oppgavene enklere, eller som det viktigste hjelpemiddelet for en synsskadet elev som har dysleksi. En elev som har problemer med formlike punktskrifttegn (4 & 6; 5 & 9; 8 & 0) kan i en viss grad gjette seg fram til riktig tegn ut i fra sammenhengen i teksten, men dette er umulig i matematikk. For en elev som har slike problemer kan det være en god løsning å bruke kassettspiller der man leser inn oppgaver og ber om skriftlige svar.

Et annet viktig aspekt ved dagens matematikkundervisning er spørsmålet om matematikk og computere. Det finnes øvingsprogram og undervisningsprogram for de fire regneartene, tekstoppgaver, brøkregning, desimalregning osv. (Aitken 1997), men det er begrenset utvalg som egner seg til bruk på leselist. Et problem med hensyn til å kunne bruke programvare fra ulike land er bl.a. at det ikke er en felles standard for 6- og 8-punkt.

Spill og andre aktiviteter

Det er mange "spill" som egner seg til å bruke i undervisningen. Vi vil her presentere noen eksempler som viser hvordan en kan bruke akustiske input i kombinasjon med andre aktiviteter.

Tallforståelse

1. *Koffertpakking*

Faglig innhold: Rytmiske tallstrukturer og trening av korttidshukommelsen.

Materiell: Ingen ting

Beskrivelse: Elevene sitter i en ring. En elev klapper en kort rytme som den som sitter til venstre gjentar og også lager et lite tillegg til. Den tredje eleven klapper begge de to foregående rytmene pluss sitt eget tillegg. Når en deltaker ikke kan klappe hele rytmestrengen, starter man opp med en ny rytme.

Kommentarer fra praksis: Leken krever en ganske god følelse for rytmer. Dette bør derfor trenes før selve leken. Som en avveksling kan det være både morsomt og nyttig å gjøre lydopptak av hvordan rytmestrengen utvikler seg.

2. *Ekko*

Faglig innhold: Auditive tallstrukturer som knyttes sammen med tallord.

Materiell: Ingen ting

Beskrivelse: Elevene sitter mot hverandre to og to. En av dem klapper et tall, som en rytme, og den andre klapper på samme måte og sier tallet.

Kommentarer fra praksis: For at det skal bli en lek må elevene på forhånd være fortrolig med hvordan tall kan uttrykkes gjennom rytmisk, strukturert klapping. Leken kan varieres ved at elevene bruker rytmeinstrumenter. Den kan også varieres ved at den andre eleven skal si hvilket addisjonsstykke som korresponderer med rytmen (Fem. To pluss tre).

3. *Tall med dyr*

Faglig innhold: Auditive tallstrukturer i tallområdet 1 – 10. Koordinering av kroppsbevegelser i sammenheng med rytmene.

Materiell: Ingen ting

Beskrivelse: Elevene imiterer dyrenes lyder og klapper antall lyder rytmisk.

Den stakkars haren har skadet foten sin og hopper: hopp
Bjørnen lusker: svap, svap
Fuglen tripper: tripp, tripp, tripp
Kenguruen hopper: hipp, hipp, hipp, hipp
Hesten løper: trab, trab, trab, trab, trab
Høna høres ut som: kot, kot, kot, kot, kot, kot
Hanen galer: kykkelli-ky, ky ky, ky, ky, ky, ky
Kua høres ut som: mø, mø, mø, mø, mø, mø, mø, mø
Hunden høres ut som: vov, vov, vov, vov, vov, vov, vov, vov, vov

Sammen med elevene velger du så ut et annet dyr som lager lyd ti ganger.

Kommentarer fra praksis: Samtidig som elevene lager lydene og klapper antallet kan de også bevege seg på samme karakteristiske måte som det aktuelle dyret, for eksempel tasse som en bjørn.

4. *Musikk sirkel*

Faglig innhold: Trene auditiv oppmerksomhet i sammenheng med antall.

Materiell: Et rytmeinstrument til hver elev og til lærer. Hvis det ikke er nok instrumenter, kan en klappe eller bruke kroppen som instrument.

Beskrivelse: Elevene og lærer står eller sitter i en ring. Leken starter med at en av deltakerne sier et tall. Deretter begynner den eleven som sitter nærmest til venstre å spille på sitt instrument. Når denne eleven slutter, fortsetter neste elev og deretter den neste slik at en får høre like mange instrumenter som tallordet tilsier. Den som avsluttet spillingen, får bestemme neste tall.

Kommentarer fra praksis: Som variasjon kan en deltaker stå i midten og gi signal om at en elev skal starte å spille. Deretter fortsetter eleven som sitter til venstre. Elevene må da lytte til hverandre og starte en etter en uten at rekkefølge eller antall er avtalt. Når eleven som står i midten sier stopp, avbrytes spillingen. Den som spiller i det stoppsignal ble gitt skal si tallet (hvor mange som spilte) og bytter deretter plass med eleven i midten.

5. *Luther Øre*

Faglig innhold: Leken øver opp auditiv oppmerksomhet og evne til å diskriminerer lyder. Leken gir erfaring med at større tall vil ha fyldigere klangbilder.

Materiell: Ulike instrumenter. Som alternativ til musikkinstrumenter kan en også bruke kroppen som instrument (lage ulike lyder).

Beskrivelse: En av elevene skal være "Luther Øre" og hun skal ikke ha instrument og heller ikke se de andre elevene. Lærer går omkring og gir de elevene som skal spille et signal (for eksempel ved å klappe dem på skulderen). Alle elevene starter å spille på signal og de spiller samtidig (Et tydelig innpust vil være godt nok startsignal for en blind elev). "Luther Øre" skal forsøke å lytte ut hvor mange instrumenter det er som spiller. Etterpå kontrollerer man om svaret stemmer ved at en teller høyt samtidig som en og en elev spiller etter tur.

Kommentarer fra praksis: Instrumentene bør være kjent for den som skal lytte. Kompleksiteten i oppgaven avgjøres også av klangen i instrumentene. Det er for eksempel vanskelig å oppfatte hvis instrumentet har lang etterklang, eller når klangbildene er nokså likelydene.

6. *Ingen treff – Takk!*

Faglig innhold: Øvelse i å lese tall i tallområdet 1 – 10.

Materiell: Spillkort med tall. Man kan lage kortene selv eller bruke en ordinær kortstokk. Hver deltaker bruker en hel kortstokk (unntatt bildekortene) eller en kan dele stokken i mindre deler. Ess teller som 1.

Beskrivelse: Spillet kan spilles alene eller flere sammen. Man starter med å snu det øverste kortet og sier samtidig "en". På det neste kortet sier man "to", og det neste "tre", osv. opp til ti. Deretter starter man forfra på tallrekka igjen. Hvis kort og tall er samsvarende, går denne deltakeren ut av spillet. Vinner er den som sitter igjen til slutt. Når spillet gjøres alene, konkurrerer man med seg selv om hvor mange kort som blir snudd før tall og kort er samsvarende.

7. *Kjenn rytmen*

Faglig innhold: Leken passer i tallområdet 1 – 20 og kan brukes for å bedre forståelsen for den rytmiske strukturen i sammenheng med følesansen.

Materiell: Ingen ting

Beskrivelse: Elevene sitter i en ring. En av deltakerne tapper (klapper) et "tall" / en rytme på ryggen til den som sitter til venstre. Klappingen skal gjøres så lydløst som mulig. På samme måte som i "viskeleken", skal nå rytmen (tallet) sendes videre. Deltakeren som sitter til høyre for den som startet, skal klappe med hendene den rytmen hun har kjent på sin rygg og også si tallet.

Kommentarer fra praksis: Leken er enkel å gjennomføre, men det er lurt å øve først på hvordan tall kan klappes og struktureres. Før rytmen klappes på ryggen kan elevene venne seg til å stryke lett over mottakerens rygg. Det gjør det enklere for mottakeren å forberede seg på at nå kommer det noe. En kan dele klassen inn i flere mindre grupper, og la gruppene konkurrere om hvem som får flest riktige tall.

8. *Tallinjen*

Faglig innhold: Tallstrukturer og tallrekka. I denne leken må elevene kunne orientere seg etter lyd. Gruppen bør ikke være for stor og seende elever må bruke skjerm.

Materiell: Ingen ting

Beskrivelse: Elevene står i en ring (ikke for nært hverandre). Hver enkelt deltaker får oppgitt et tall. Den eleven som har tallet 1 sier: "Jeg kaller nummer to" og klapper "to-rytme" helt til den som har tallet to har greid å orientere seg bort til den som klapper og også stilt seg opp bak denne. Når "nummer to" er kommet på plass, sier han: "jeg kaller nummer tre", og klapper "treer-rytmer" helt til nummer tre har orientert seg på plass bak "nummer to". Slik fortsetter det helt til alle elevene står på en lang rekke. Til slutt klapper alle sin rytme etter tur (tallrekka).

Kommentarer fra praksis: Som en variasjon kan tallene brukes uavhengig av tallrekka og slik at en bare bruker klappingen (elevene sier ikke hvem de kaller på). Da må alle konsentrere seg om hvilken rytme som blir laget, og også huske hvilke "rytme tall" som allerede er brukt. Forsøk å oppmuntre elevene til å klappe tall som rytmer, og ikke som ett og ett klapp i jevnt tempo.

Det er viktig at det er nok plass bak "nummer en" og at det ikke er møbler og lignende som elevene kan snuble i. Leken er en god avveksling fra stillesittende arbeid.

9. *Stille null*

Faglig innhold: Tallstrukturer i tallområdet 0 – 10. Den inverse tallinjen. Spesiell oppmerksomhet mot null.

Materiell: Ingen ting

Beskrivelse: Elevene står (i en ring) og klapper tallrekka baklengs: klapper 10, 9, etc. På null strekker alle hendene opp over hodet og "ser spørrende opp".

Kommentarer fra praksis: Elevene må enes om en måte å klappe tallene på (som en og en, eller som toer rytmer. Oddetall blir da toere pluss en) og at de klapper i samme tempo.

10. *Knappekongen*

Faglig innhold: Telling og oversikt over tallstrukturer opp til 5. Antall deltakere kan være to eller flere.

Materiell: Hver deltaker har 20 knapper. En boks eller en pose (lue) kan være grei å bruke for å oppbevare knappene i.

Beskrivelse: Første deltaker holder noen knapper skjult inne i hånden sin. Det skal ikke være flere enn fem knapper. Han legger hånden på bordet og spør den som sitter til venstre om å gjette hvor mange knapper hun tror det er inne i hånden. Den som skal gjette kan kjenne på hånden. Dersom hun gjetter riktig tall, får hun alle knappene som var inne i hånden. Hvis hun derimot gjetter galt, må hun gi fra seg forskjellen mellom det hun tippet og riktig svar. Knappene gies til den som gjemte knappene. Eksempel: Deltakeren til venstre gjetter på at det er tre knapper inne i hånden, men i virkeligheten er det fire. Da må hun gi én knapp til den som greide å lure henne. Dersom dette var første runde, vil den som spurte nå ha 21 knapper mens hun som ble lurt har 19. Vinner er den som til slutt har flest knapper når spillet avsluttes.

11. *Sortere bokser*

Faglig innhold: Leken kan gjøres sammen med de yngste elevene for å kartlegge evne til å skape rekkefølge. Øving av auditiv differensiering.

Materiell: Små mugger, syltetøyglass, eller lignende som har samme størrelse. Fyllmateriale, for eksempel ris eller sand.

Beskrivelse: Eleven får fem glass som er fylt med ulik mengde ris. Oppgaven går ut på å arrangere glassene slik at de står i rekkefølge i forhold til mengde fyll. Hvis det står tallbilder eller tall (i vanlig skrift og punktskrift) under glassene, kan barna selv kontrollere resultatet.

Kommentarer fra praksis: Antall glass så vel som vanskegrad i "fyll-forskjeller" kan varieres. Elevene kan her både sortere etter tyngde men også etter lyd.

12. *Godt øre*

Faglig innhold: Leken går ut på å trene det å sammenligne mengder, og å trene tallrekka. Antallet kan varieres.

Materiell: Et instrument, kort med tall fra 1 – 10 til hver enkelt elev.

Beskrivelse: Læreren velger en elev som sin partner og spiller på instrumentet, for eksempel tre ganger. Partneren forsøker å finne det tilhørende kortet (her kortet med 3-tallet på) og legger det på bordet. Så velger læreren en annen partner og spiller et antall toner for denne, som også legger fram tilhørende kort. Dette gjentas til alle elever har lagt opp et kort på bordet framfor seg. Nå kan elevene legge ut kortene i riktig rekkefølge.

Kommentarer fra praksis: For å gjøre leken litt mer komplisert kan en fortsette til 20 eller velge tall slik at de ikke kommer etter hverandre i tallrekka. Eksempel: En elev har 2, og det neste er 5, etc. Noen elever kan få samme tall slik at ikke bare stigende rekkefølge blir aktuelt, men også aspektet "det samme". Tallkort kan enten deles ut slik at elevene har hele utvalget eller de kan hente fra en felles kortstokk.

13. *"Tjue perler på boksen"*

Faglig innhold: Å regne og holde orden på et konkret antall. Å sammenholde antall øyne på terningen med samme antall kuler. Begrepene "like mange" og "nok". To eller flere deltakere.

Materiell: En terning. Hver deltaker har 20 perler / kuler og en boks med lokk. På lokket skal det være et hull slik at perlene kan presses ned i boksen. En metallboks gir fin lyd og det er lett å høre hvor mange perler den enkelte putter på.

Beskrivelse: Den første deltakeren kaster terningen og putter på like mange perler som terningen viser. Deretter er det nest deltaker sin tur. Dersom en deltaker mot slutten av spillet ikke har det antall perler som terningen viser (terningen viser 5 og det bare er 2 perler tilbake), må deltakeren vente til neste gang det er hennes tur. Vinner er den som først får alle sine perler i boksen.

Kommentarer fra praksis: Det er fin trening for fingerstyrken dersom hullet er så lite at deltakeren må bruke litt styrke for å få perlen ned i boksen.

BILDE nr 19: Terning og boks som er preparert for "tjue perler på boksen"

14. *Les tankene mine*

Faglig innhold: Øver opp hukommelse og evne til å trekke konklusjoner.

Materiell: Når leken gjøres i gruppe er det ikke nødvendig med noe materiell. Når den gjøres i parlek, kan det benyttes perler og et glass eller et noteringshjelpemiddel.

Beskrivelse: En elev er "tenkeren". Han skal tenke på et tall innenfor en oppgitt tallområde. Tallområdet må være slik at elevene mestrer "mindre enn" og "større enn". De andre elevene stiller spørsmål etter tur:

- er det 7?
- større
- er det 50?
- mindre
- er det 21?
- mindre

"Tenkeren" har bare lov til å svare større eller mindre. Den som gjetter riktig tall blir ny "tenker".

Kommentarer fra praksis: Når leken gjøres i par, er det om å gjøre å finne korrekt tall ved færrest mulig spørsmål. For å holde rede på antall spørsmål kan en for eksempel putte perler på et glass eller bruke en abakus. Den som har færrest spørsmål er vinneren.

Leken kan også varieres slik at "tenkeren" svarer ja eller nei. Det gir mulighet for å stille spørsmål om tallet er et partall, i tregangen, osv.

15. *Eggspillet*

Faglig innhold: Øver 10-tallssystemet. Tallområdet bestemmes på forhånd.

Materiell: Eggkartonger med plass til 10 egg, vattkuler (små plastkuler, runde steiner) og en terning.

Beskrivelse: To eller tre deltakere i hver gruppe er passende. Deltakerne har et gitt antall eggkartonger foran seg. "Eggene" plasseres i en kurv. Elevene kaster terningen etter tur og får plassere det antall egg i kartongen som terningen viser. Når en kartong er full, sier spilleren: Nå har jeg ti, lukker kartongen og setter den til side. Spillet fortsetter på samme måte ved at hun fyller neste kartong. Spillet er slutt når det er tomt for egg, eller når tiden er ute, eller etter et bestemt antall runder. Vinneren er den som har fylt flest kartonger.

Kommentarer fra praksis: Elevene teller eggene høyt og bruker 10-tallssystemet. Eksempel: Jeg har tre fulle kartonger og en med fire egg. Det blir 34.

16. *Tierpar*

Faglig innhold: Øver tallrekka 1 til 10 og understøtter del og helhetsforståelsen.

Materiell: En snor (streng) med 10 perler og ev. en klesklype (festegummi).

Beskrivelse: Elevene arbeider to og to. Hver elev har en snor med ti perler. Perlene er skjøvet ut mot høyre del av snora. Elevene sier etter tur hvor mange perler som skal skyves til venstre og spør hvor mange det er igjen på høyre side. Eksempel: Flytt to perler til venstre. Hvor mange har du igjen? Den andre eleven flytter to perler til venstre (fester ev. klesklypen for å lage et tydelig skille) og teller perlene på høyre side. Begge elevene kan gjøre samme flyttinger, for her er det ingen vinnere eller tapere.

Kommentarer fra praksis: Når barna blir fortrolig med dette, vil det ikke være nødvendig å sette et merke mellom talldelene. De vil da også kunne si hvor mange det er tilbake uten å telle antallet. Som avveksling kan de lage oppgaver for hverandre der de perlene som står tilbake er gjemt under et tøystykke.

17. *"21"*

Faglig innhold: Lese siffer i tallområdet 1 – 21. Addisjon, tallstrukturer og estimering.

Materiell: Ordinær kortstokk. En kan selv skrive punkttall på kortene eller kjøpe kortstokk med punkttall på.

Beskrivelse: Alle kortene har den ordinære verdien, bortsett fra bildekortene som har verdien ti og esset som kan være enten én eller elleve. 21 kan altså bestå av et ess og en tier eller et bildekort, men det kan også være en kombinasjon av flere kort (for eksempel 3 + 5 + 3 + 10). Alle spiller mot den som deler ut kortene. Først får alle deltakerne to kort. Hver enkelt må så bestemme seg om de vil ha flere kort for å få 21. Dersom en deltaker for eksempel har 19, vil det være dårlig odds å ta enda et kort. Den som kommer over 21 taper umiddelbart, men med en femmer og en sekser er det så langt fra målet at det kan lønne seg å ta et tredje og kanskje et fjerde kort. Den som kommer til 21, eller som er nærmest (men ikke større enn 21) er vinneren. Hver deltaker spiller etter tur mot utdeleren, som legger opp sine kort synbart på bordet for hver motspiller og sier i tillegg verdien høyt.

Kommentarer fra praksis: Ettersom dette spillet er en variasjon av et gamlingspill, kan det være foreldre som ikke ønsker at deres barn skal delta på dette. Det kan da være bedre å bruke hjemmelagede kort isteden for ordinære kortstokker. Hvis alle spillerne (både utdeler og spiller) legger sine kort åpent opp på bordet og sier hele tiden hvilke kort det dreier seg om, vil det være enklere å følge med for alle deltakerne.

18. *Addisjon med kort*

Faglig innhold: Med denne kabalen kan en trene ulike addisjonsoppgaver. Strukturer i tall i tallområdet 1 – 13.

Materiell: Kortstokk med punktskrifttall. En ramme som er utformet som en tabell for å plassere kort i, for eksempel 5 x 4 kort

Beskrivelse: Denne kabalen baseres på 13-tallet, med konge som 13. Man legger ut kort systematisk i de ulike rutene i tabellen. Deretter kontrollerer man om det er to kort enten på samme rad eller i samme kolonne som til sammen blir 13. Hvis ja, kan disse fjernes og erstattes med nye kort. Dersom alle kortene i kortstokken kan legges ut og legges sammen til 13, går kabalen opp.

Kommentarer fra praksis: Siden det er viktigere å trene matematikk enn at kabalen skal gå opp, kan det også være tillatt å legge sammen kort uavhengig av hvor på bordet de ligger. Som variasjon kan en også trene andre addisjonskombinasjoner.

Aktiviteter for ulike matematiske begreper

19. *Tall – vekt – størrelse*

Faglig innhold: Leken understøtter det at talluttrykk for en mengde ikke er avhengig av størrelse og vekt på gjenstandene. Tallrekka og seriasjon.

Materiell: Materiell med ulik størrelse og vekt som er tilgjengelig i et visst antall (papptallerkener, makaroni, halmstrå, skjeer, CD-er, appelsiner, etc). Dette skal ikke være en taktil diskrimineringsoppgave. Derfor må de ulike materialene enkelt kunne skilles fra hverandre når det gjelder form, taktil kvalitet og lyd.

Beskrivelse: Elevene sitter i grupper, for eksempel tre og tre, rundt et bord. Gjenstandene ligger på bordet. Oppgaven går ut på å sortere gjenstandene slik at like gjenstander samles. Deretter skal samlingene ordnes etter økende antall.

Kommentarer fra praksis: Det er nødvendig at bordet har en slik størrelse at det er god plass til gjenstandene samtidig som elevene når over hele bordet.

20 *Kroppsstørrelse*

Faglig innhold: Oppmerksomhet knyttet til dimensjoner, for eksempel lengde relatert til egen kropp.

Materiell: Snor og saks

Beskrivelse: Elevene deles inn i par som får i oppgave å måle høyden på hverandre ved hjelp av en snor. Etterpå kan de kontrollere forskjeller i høyde ved å sammenligne snorene. De kan også undersøke hvor mange ganger den enkeltes høyde går omkring hodet, håndleddet og magen. Hvor stor del av hele kroppshøyden er det opp til midjen? Hvor langt er et erme i forhold til beina?

Kommentarer fra praksis: Det er enklest å måle når den som blir målt står inntil en vegg og setter foten på enden av snora.

21. *Skattekiste*

Faglig innhold: Sortering av gjenstander ut fra andre aspekter enn gjenstandens primære betegnelse. Tallrekken.

Materiell: En kiste (eske, boks) og mange ulike gjenstander.

Beskrivelse: Elevene får i oppgave å sortere gjenstandene i kisten. Sorteringen skal gjøres slik at de skal finne et antall gjenstander som korresponderer med tallrekka. Eksempel: 1 lukteting (appelsin), 2 runde ting (appelsin og ball), 3 flate (ark, asjett, kasett), osv.

Kommentarer fra praksis: Oppgaven er enklere hvis det er mange gjenstander av samme slag i kisten, og de kan samle like gjenstander (1 appelsin, 2 kniver, 3 baller, etc). For å unngå at den synshemmede eleven får problem med å kjenne igjen gjenstandene , bør en primært bruke godt kjente objekter. Det er en fordel for den synshemmede eleven at arbeidsgruppen ikke er for stor.

22. *Hva tar lengst tid?*

Faglig innhold: Vurdering og opplevelse av tid.

Materiell: En kassett (CD) med to og to identiske lyder av ulik varighet. To kort til hver elev med tallsymbolene 1 og 2.

Beskrivelse: Hver elev har to kort. Lærer eller en elev styrer kassettspilleren. De to lydene avspilles, og elevene legger opp kortet med 1 eller 2 avhengig av om det er første eller andre lyd som varte lengst.

Kommentarer fra praksis: Det kan være en fordel dersom lydene på forhånd er kjent for elevene. En kan isteden for kassett også lage virkelige lyder (men da mister en muligheten til å kontrollere etterpå).

23. *Kalender I*

Faglig innhold: Telling til 31, telling av tiertall, posisjonssystemet.

Materiell: 31 pinner, to små brett, gummistrikk.

Beskrivelse: En elev teller antall pinner samtidig som de flyttes fra det ene brettet over til det andre. Man må lage seg en rutine på om man først teller pinnene på brettet og deretter legger til en pinne for denne dagen, eller om man legger til "dagens pinne" før tellingen starter.
Når en kommer til den tiende dagen samler man de ti pinnene med en strikk. På den neste dagen (11.) har man da en tierbunt og en pinne i tillegg, og eleven teller: "ti, elleve." Den 27. kan telles på denne måten: "ti, tjue, tjueen, tjueto, tjuetre, tjuefire, tjuefem, tjueseks, tjuesju. I dag har vi den tjuesjuende."

BILDE nr 20: "Kalender" I

Kalenderen kan brukes som redskap for å klargjøre ulike aspekter ved tall og regning:
➤ dato og antall dager i en måned
➤ tallinje koordinert med bevegelse (regne bevegelser)
➤ gruppere tiere
➤ kombinere tallord og tallsymboler. Man kan skrive datotallene på tavlen og på punktmaskin slik at alle får se tallsymbolet.
➤ fokusere på posisjonssystemet: "Vi har to tierbunter og sju enere: Vi skriver 27"

24. *Kalender II*

Faglig innhold: Denne kalenderen fokuserer på sammenhengen mellom dager, måneder og år.

Materiell: Ca en meter gardinwire som festes med øyekroker til veggen eller en hylle. 31 (eller 365) kuler med hull (ringer). Det er fint å bruke kuler med ulik størrelse eller kombinere kuler og ringer for å vise forskjellen mellom hverdager og weekender / helgedager.

Beskrivelse: Hver dag settes en ny kule på wiren. Deretter skyves alle kulene mot høyre og en teller kulene samtidig som de skyves over til venstre side.

BILDE nr 21: "Kalender" II

En kan også bruke spesielle ringer som markering for elevenes fødselsdager. Når en kommer til siste dag i en måned, kan kulene trees på et annet snøre og henges på veggen. På den måten bygger klassen opp et bilde på alle dager og måneder i løpet av året. Dette bildet vil da vise at mai er den femte måneden, og at 24. august er det samme som 24.08.

Aktiviteter for grunnleggende regneoperasjoner

25. *Lytt og legg sammen!*

Faglig innhold: Addisjonsoppgaver i tallområdet 1 – 20. Tallstrukturer.

Materiell: Rytmeinstrumenter. Esker med 10 eller 20 gjenstander (pinner, klosser, steiner, etc).

Beskrivelse: En elev får et rytmeinstrument og de øvrige elevene får eskene med 10 eller 20 ting, avhengig av hvilket tallområde en skal arbeide i. Eleven med rytmeinstrumentet spiller en "addisjonsrytme" (en todelt rytme). De øvrige elevene tar fram tilsvarende antall gjenstander og legger på pulten. Den som er raskest til å

hente fram gjenstander får instrumentet og spiller resultatet. Den som laget oppgaven godkjenner dersom resultatet er riktig.

Kommentarer fra praksis: De to addendene må være tydelig adskilt og det kan også være nødvendig at det blir gitt beskjed om når spillingen starter. Dersom elevene ikke behersker det å lage rytmer, vil det i begynnelsen være enklest å lage disse i sakte tempo. Det er best å bruke et instrument uten lang etterklang.

26. *Karamellkjede*

Faglig innhold: Tallstrukturer

Materiell: Karameller (twist eller lignende)

Beskrivelse: Elevene sitter på rekke eller i en ring slik at det er enkelt å sende godteriet til naboen. Det er fint dersom en kan sitte ved et bord. Førstemann i rekka eller en tilfeldig i sirkelen får noen karameller (for eksempel 8). Hun sender noen til naboen (for eksempel 6), og sier høyt: Nå har jeg to karameller inne i hånden min. Den eleven som fikk 6 kan så sende 2 til sin nabo og si: Jeg har fire karameller. Den eleven som fikk disse to karamellene sier kjede-oppdelingen: Åtte karameller ble oppdelt i to pluss fire pluss to; 8 = 2 + 4 + 2.

Kommentarer fra praksis: Elevene kan også klappe resultatet. Alternativt til enere kan en fokusere på tiertall. Da vil det være hensiktsmessig å bruke tierbunter (tierbrett) i stedet for karameller.

27. *Kjekslinjen*

Faglig innhold: Addisjon og subtraksjon som motsvarende operasjoner.

Materiell: Et lite antall kjeks til hver av elevene.

Beskrivelse: Alle elevene sitter omkring et bord (eller i ring) og har fått utdelt et lite antall kjeks. En elev sier: Jeg har to kjeks – gir bort en og har en tilbake. Eleven gjør det som han sier. Neste elev fortsetter med det antallet som hun har, osv.

Kommentarer fra praksis: Fordelen her er at addisjon og subtraksjon kan uttrykkes gjennom tilhørende handling.

28. *Dele tårnet*

Faglig innhold: Tallstrukturer og addisjonsuttrykk.

Materiell: Klosser som kan settes sammen. Klossene bør ikke være større enn at de kan holdes inne i hånden.

Beskrivelse: På forhånd er det laget tårn med ulikt antall klosser. En elev får velge et tårn og sier hvor mange klosser det er i tårnet. Eleven holder tårnet bak på ryggen og deler det i to deler. Klassen får gjette hvor mange klosser det er i venstre og høyre hånd. Den som foreslår riktig oppdeling, får velge nytt tårn.

Kommentarer fra praksis: En kan også trekke det formelle matematikkspråket inn i gjetteleken.
– Jeg tror det er fem i den ene hånden og tre i den andre.
– riktig
– hvordan sier vi det matematisk?
– fem pluss tre
– hvordan skrives det?
– 5 + 3 = 8 eller 8 = 5 + 3

29. *"Klums"*

Faglig innhold: Trener estimering av antall innenfor en definert tallstørrelse. Grunnleggende forståelse for addisjon og subtraksjon.

Materiell: Ca 1 m lang snor med et likt antall perler (partall).

Beskrivelse: Leken utføres i par. Elevene sitter eller står ved siden av hverandre. Perlene plasseres midt mellom elevene. Etter tur gjemmer de perler inne i hånden og partneren gjetter hvor mange som er gjemt. Dersom gjettingen er korrekt, føres perlene over snora som en belønning. Hvis gjettingen er feil, må man gi tilbake forskjellen mellom det korrekte og det uriktige svaret. Den som først får alle perlene på sin side har vunnet.

30. *Rist kisten*

Faglig innhold: Tallområdet opp til 20, strukturering av tall.

Materiell: Eske (for eksempel en litt solid skoeske) og en kartong for å dele esken i to rom. Skilleveggen skal settes opp slik at det ikke blir to like store rom, og slik at det er en åpning mellom rommene. Perler eller trekuler.

Beskrivelse: To og to elever sitter mot hverandre med riste-esken mellom seg. En av dem legger noen kuler i den åpne esken (en etter en) og setter på lokket. Den andre eleven rister esken og kjenner med hendene hvor mange kuler som nå er i det lille rommet, og uttrykker oppdelingen som et subtraksjonsstykke.

31. *Multiplikasjonstabellen*

Faglig innhold: Multiplikasjon og forberedende divisjon.

Materiell: Snor med perler eller kuler (to ulike typer, gjerne litt kraftige kuler). Kort med siffer. Trapp.

Beskrivelse: Denne beskrivelsen er laget med utgangspunkt i 3-gangen, det vil bety at et det skal være 30 kuler på snora (3 av en type, 3 av en annen type, 3 av den første typen, osv.). Snoren strekkes ut oppover trappen (en elev holder snoren på toppen av trappen og en elev holder snoren nede. Kulene fordeles slik at det er tre på hvert trinn (av samme type). På gelenderet eller på veggen festes tallkortene med tilsvarende tall (3, 6, 9, 12, 15, .. 30). Elevene skal så gå opp trappa, trekke med seg kulene og si multiplikasjonstabellen. En kan også lage oppgaver. For å løse oppgaven 3 x 5, skal eleven gå opp fem trinn og skyve med seg perlene etter hvert som en går trinnene. Svaret kontrolleres ved hjelp av både kuler og tallkort.

Kommentarer fra praksis: Denne leken kan også brukes for divisjon. Leken involverer mye aktivitet og en må mellom hver oppgave lage utgangspunktet på nytt (fordele kulene på trappetrinn).

32. *Lytt til multiplikasjonsøvelsen*

Faglig innhold: Rytmiske tallstrukturer.

Materiell: En xylofon eller et annet instrument som kan produsere ulike toner, og som ikke har lang etterklang.

Beskrivelse: Læreren slår en rytme på xylofonen, for eksempel en dobbel-rytme: To ganger på hver stav. Elevene skal høre hvilken rytme som blir spilt og hvor mange ganger den gjentas, og på dette grunnlaget lage et gangestykke. Hvis det for eksempel blir spilt en dobbelrytme på tre ulike staver, tilsvarer det oppgaven: 3 x 2 =

Kommentarer fra praksis: I begynnelsen er det best at en spiller på staver som ikke ligger nær på skalaen, og at en holder tempoet nede.

Sanger

Da vi gjennomgikk det store utvalget trivelige barnesanger på ulike språk, merket vi at mange av dem er "matematisk". Andre sanger kan, med bare små endringer, gi en mulighet for elevene til å lære seg å oppfatte og forstå deler og helhet og andre matematiske begrep gjennom ord, rytme og melodi. Vi er sikre på at du sammen med musikklæreren, elevene eller noen som er flink med ord kan produsere et hyggelig utvalg som kan brukes i klassen.

IX

SPØRSMÅL FOR FREMTIDEN OG INTERNASJONALT SAMARBEID

Alle fire deltakere i dette internasjonale samarbeidet har undervisningserfaring fra spesialskoler for synshemmde. I tillegg har vi erfaring fra rådgiving til lærere enten som tilsatt på et ressurssenter eller ved et universitet. En slik erfaringsbakgrunn i tillegg til erfaring med forskning kan sies å ha gitt gruppen en særegen styrke.

Ved vår siste samling før manus leveres til trykking, kan vi oppsummere at vi har besøkt fem land siden vårt første møte i Helsinki, og at arbeidet har gitt oss økt kunnskap og forståelse for temaet. Inkludert i dette ligger også en større forståelse for kulturelle forskjeller mellom landenes skolesituasjoner. Vi er blitt enda mer bevisst de fortrinn som ligger i internasjonalt samarbeid, både for forskning og i diskusjoner mellom mennesker som er interessert i samme fagområde. Diskusjoner som har resultert i nye innfallsvinkler og nye løsninger på de problemene som vi har tatt opp.

Vi har både gjort nytte av egen erfaring med læremidler og egne forskningsresultater. Forskningen er "slått sammen" og presentert i en helhetlig form. Vi har også tatt med annen relevant forskning for å belyse ulike aspekter ved det å undervise matematikk til blinde elever, og for å presentere eksempler fra det mangfoldet av erfaringer som finnes med undervisning til denne elevgruppen.

Integrering blir mer og mer vanlig rundt omkring i hele verden. Derfor er det også nødvendig med relevant materiell som både kan brukes av seende og synshemmede elever. Vi håper at det senere vil bli mulig for oss å fortsette dette samarbeidet og at vi da skal kunne produsere slikt materiell.

Arbeidsgruppen ønsker blant annet å produsere videoinnspillinger knyttet til de temaene som er omtalt i boken. Videoene skal vise konkrete situasjoner i en klasse. En CD med akustiske øvinger og sanger med "matematisk innhold" vil også være en interessant oppgave. Materialet bør også inneholde en CD-rom og Internett presentasjoner med linker til relevante hjemmesider.

Det finnes mange åpne spørsmål som det bør taes hensyn til. Fordi det er forholdsvis få blinde elever i hvert enkelt land, vil forskning knyttet til matematikk, og på mange andre synsfaglige områder, bare være mulig gjennom internasjonalt samarbeid.

Datainnsamlingen knyttet til akustiske tallstrukturer har reist mange spørsmål for framtidig forskning omkring strukturering av akustiske inputs og korttidshukommelse. Andre interessante spørsmål er hvordan en kan knytte sammen taktile bilder av omgivelsene med orientering, og hvilken betydning kroppslig egenaktivitet og tid har for evne til abstrakt tenkning.

Et annet interessant prosjekt kunne være en matematikkdatabank på Internett både for synshemmede elever og for lærere.

Vi håper det vil bli nye internasjonale konferanser og arbeidsseminarer som fokuserer på nye filosofiske innfallsvinkler i matematikk. Vi håper for eksempel at internasjonale organisasjoner som ICEVI vil ta denne utfordringen.

X

SPESIELL TAKK TIL

Uten den støtten som vi har fått fra personer i skoler, organisasjoner og fond, kunne denne boken aldri vært skrevet. I tillegg til den positive interessen som disse personene har vist, har de også gitt økonomisk støtte. I Finland vil vi spesielt takke parlamentsmedlemmene Margareta Pietikäinen og Ole Gustavsson som begge har vært styreledere for Svenska Skolan før Synshemmede, øvrige styremedlemmer, styreleder Ralf Blomqvist og medlemmene i styret for Svenska Blindskolföreningen, styreleder Ture Tähtinen og medlemmene i arbeidsutvalget for De Blindas Vänner. For den norske støtten vil vi rette en takk til senterleder Øystein Forsbak ved Tambartun kompetansesenter.

Vi vil også framføre vår takk til studentene ved universitetet i Dortmund som prøvde ut og samlet inn de akustiske aktivitetene som er presentert I boken. Berit Sundqvist har hjulpet til med å oversette til engelsk de manuskriptdelene som bare var på tysk. Hun har dessuten hjulpet oss med å besvare engelske problem. Vi vil også takke Frank Laemers ved universitetet I Dortmund for den interessen han har vist vårt arbeid og for de fotoene som han har tatt.

Vi vil også takke alle våre kolleger, nær og fjern, som har akseptert vårt arbeid "utenfor vår arbeidsplass" og våre familier og venner som har vist forståelse og gitt oss støtte under lange arbeidstimer.

Sist, men ikke minst, vil vi takke dr. Heather Mason for hjelp med å sjekke den engelske versjonen og Herman Gresnigt, europeisk leder for ICEVI, som har gitt oss oppmuntrende tilbakemeldinger i arbeidets siste faser.

References

Ahlberg, A.(1997) Children´s Ways of Handling and Experiencing Numbers. Acta Universitatis Gothoburgensis. Göteborg

Ahlberg, A. (2000) The Sensorial and Simultaneous Experience of Numbers IPD-Reports Göteborg University. Göteborg

Ahlberg, A. – Csocsán, E. (1994) Grasping Numeracy among Blind Children. Göteborg University. Göteborg

Ahlberg, A. – Csocsán, E. (1997) Blind Children and their Experience of Number
Specialpedagogiska rapporter Nr.8 September Göteborg University. Göteborg

Ahlberg, A.- Csocsán, E. (1999) How Children who are Blind Experience Numbers Journal of Visual Impairment and Blindness Vol. 93. September 549–560.

Aitken, S (1997) Access Through Technology in: Mason, H – McCall, S (eds) Visual Impairment 187-195. David Fulton Publishers, London

Butterworth, B. (1999) The Mathematical Brain. Macmillan London

Brissaud, R. (1992) A tool for number construction: Finger Symbol Sets. In: Bideau, J. – Meljac, C. – Fischer, J.P (Eds) Pathway to Numbers. Children's developing of numerical abilities. Lawrence Erlbaum. Hillsdale New Jersey. 41–65

Carpenter, T.P. & Moser, J.M. (1982) The development of addition and subtraction problem-solving skills. In Carpenter, T.P., Moser, J.M. & Romberg, T.A. Addition and subtraction, a cognitive perspective. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates

Clamp, S. (1997) Mathematics . In Visual Impairment. Ed. by Mason, H. et al. David Fulton Publishers, London. p.227.

Csocsán E. (1993) A számélmény es az ujjhasználat szerepe vakoknál (Number Experience and Using Fingers by Blind Children) In:Gyógypedagógiai Szemle 1993/3. 190–197.

Csocsán E. (1994) Számfogalom fejlödése veleszületetten vak gyermekeknél (Development of Number Concept in Congenital Blind Children) Theses of PhD. Magyar Tudományos Akadémia (Hungarian Academy of Scienties). Budapest

Csocsán E. (2000)The Origin of Arithmetical Competencies among Blind Children In: Proceedings Vision and Strategies for the New Century ICEVI European Conference 9–13 July 2000 Abstract p. 142 The whole text Part 2 CD-ROM 4.13

Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement. 1996. Laerplanverket for den 10-årige grunnskolen. Norway

Dunlea, A. (1989) Vision and the emergence of meaning. Blind and sighted children's early language. Cambridge University Press. Cambridge

Ekeblad, E. (1996) Children Learning Numbers. Acta Universiatis Gothoburgensis. Göteborg

Fuson, K.C. (1982) An analysis of the counting-on solution procedure in addition. In Carpenter, T.P, Moser, J.M., & Romberg, T.A. Addition and subtraction, a cognitive perspective. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Fuson, K.C.- Hall, J.W. (1983) The acquisition of early number meanings: A conceptial analysis and review. In H.P. Ginsburg (1d.), The development of mathematical thinking. Academic Press. New York. 49–107

Fuson, K. C. (1992) Research on Whole Number Addition and Subtraction. In: Grouws, D.A. (Ed) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Macmillan Publishing Company. 243–276.

Fuson, K.C. (1993) Children's early counting: Saying the number-word sequence, counting objects and understanding cardinality. In Ginsburg, H.P. The Development of Mathematical Thinking. Academic Press. New York

Gelman, R. &Gallistel, C.R. (1986) The Child's Understanding of Numbers. Harvard University Press. Cambridge

Ifrah, G. (1981). Histoire Universelle des Chiffres L'Intelligence des Hommes. Racontée par les Nombres et le Calcul. Editions Robert Laffont, S.A., Paris

Klingenberg, O.(1998) Blinde barn og tall. En fenomenografisk studie av talloppfatninger hos blinde skolebarn. Hovodoppgave i spesialpedagogikk. Tambartun Kompetansesenter / Norges tekniske-naturvitenskapelige universitet, Trondheim

Klingenberg, O (2001, a) Skriftlig hovedregning in Synspunkt 1/ 2001, Tambartun

Klingenberg, O (2001, b) Abacus – nödvändig nyttig eller gammeldags. In Synspedagogikk 2/2001, Tambartun

Koskinen, K-L. (1999) Matematikundervisning med laborativt material för gravt synskadade elever. Svenska skolan för synskadade. Helsingfors

Kulturministerium des Landes Nordrheim-Westfalen (Hrsg) (1985): Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordrein-Westfahlen. Mathematik. Greve, Köln.

Marton F. & Booth, S. (1997) Learning and Awareness. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, New Jersey

Mell A. (1910) Enziklopädisches Handbuch des Blindenwesens, Wien

Neuman, D (1987) The Origin of Aritmetic Skills. A Phenomenographic Approach. Göteborg. Akta Universitatis Gothoburgensis. Göteborg

Ostad, S. (1989) Mathematics through the Fingertips. The Norwegian Institute of Special Education. Oslo

Potter, L.E. (1995) Small-scale versus large-scale Spatial Reasoning: Educational Implications for Children Who are Visually Impaired. In Journal of Visual Impairment & Blindness, March-April 1995.

Sjöstedt, S (1997) Sex små punkter – vägen till kunskap. Editum. Helsingfors

Warren, D. (1994) Blindness and Children. An Individual Differences Approach. Cambridge University Press

Wynn, (1992) Addition and Subtraction by Human Infants In: Nature, 358. 749–750

Materials

Agélii, M. (1994) Sales and distribution by Almqvist & Wiksell Förlag AB. Box 6411, 113 82 Stockholm. Article No 0526-320-4.

APPENDIX A

Forskning utført av Emmy Csocsán og Oliv Klingenberg

Forskning utført av Emmy Csocsán

1. VAKMAT (Matematisk test for sterkt synshemmede)
1985 – 1992
Grunnleggende kompetanseområder I matematikk
N = 130 blind
5 – 7 år
Instrument utviklet av Csocsán

I dette empiriske prosjektet har hun studert utviklingsnivået på ulike feridigheter hos sterkt synshemmede barn, der det er om å gjøre å sammenligne ulike dimensjoner taktilt og auditivt, skille ulike former, oppfatte relasjoner basert på berøring eller hørsel, gruppere og klassifisere objekter og verbale utsagn, mestre enkle logiske valg som "ja" og "nei", regne og gjøre utregninger ved hjelp av konkrete objekter.

2. PREFER (test for skolemodenhet)
1990 – 1992
Telling og aritmetiske ferdigheter
N = 45 blind
6 – 7 år
Tilpasssing av test (opprinnelig for seende)

Navnet PREFER er et akronym fra et langt ungarsk uttrykk. Det er et uttrykk for å teste skolemodenhet hos barn. Testen var utviklet for seende barn, og Emmy Csocsán tilpasset matematikkdelen for synshemmede barn og brukte også noen deltester uten å endre dem (telling). I problemløsningsoppgaver har hun brukt små gjenstander som erstatning for bilder.

3. LOCIKAI JÁTÉK (Logisk spill)
1988
Klassifisering
N = 41 seende og N = 34 blinde
5 – 6 år
Oppgaver utviklet av Csocsán

Hun observerte barn (seende og blinde) som lekte med geometriske former. Hovedmålsettingen med eksperimentet var å sammenligne strategier og betydningen av korttidshukommelse I lekesituasjonen. Det var også mulighet for å få informasjon og sammenligne organisering av sensorisk input og logisk tenkning hos begge grupper.

4. UJJPOZICIÓ (fingerposisjoner)
1988
Bevissthet om fingerposisjoner
N = 36 seende og 58 blinde
5 – 6 år
Oppgave utviklet av Csocsán

Målsettingen var å undersøke hvordan 5-6-år gamle barn kjenner fingrenes posisjon uten å se på dem. De seende barna hadde skjerm for øynene. Intervjueren lekte med elevenes fingre og bøyde og åpnet dem flere ganger i ulik rekkefølge. Barnets oppgave var å fortelle hvor mange fingre som var bøyd eller "åpen" til slutt.

5. HAPTIKUS STRUKTURA (strukturen på haptisk opplevelse)
1994
Strategier ved berøring og talloppfatning
N = 27 blind
5 – 7 år
Instrument utviklet av Csocsán

Fra 1990 til 1994 utviklet hun et instrument for å finne effektiviteten av berøringsstrategier i sammenheng med antall. For å studere håndbevegelsene ble det benyttet speil og esker laget av glass, og elevaktiviteten ble videofilmet og analysert. De 16 deltestene kan beskrives I tre kategorier:

Barnet skulle:

1. Lage to og to like store samlinger med små gjenstander.
2. Oppfatte relasjoner (færre, flere, like mange) mellom samlinger av ulik antall.
3. Knytte antallsegenskap til samlingen (bruke tallord).

6. GÖTEBORG PROJECT (projekt Gøteborg)
1995 – 1997
Problemløsning og tallbehandling
N = 25 blind
5 – 9 år
Instrument utviklet av Ahlberg, Frostad, Csocsán

I perioden 1995–1997 arbeidet Ahlberg og Csocsán i et internasjonalt forskningsprosjekt med tittelen "Erfaring med tall og utvikling av aritmetiske ferdigheter hos barn med normal hørsel og syn, blinde barn og hørselshemmede barn" (Ahlberg&Csocsán 1999). (Per Frostad fra Norge arbeidet med samme undersøkelse med hørselshemmede barn.)

7. ACOUSTIC ORGANISATION (pilot studie)
1998-2000
Korttidshukommelse i arbeid med rytmiske mønster
N = 29 seende barn og 11 blinde barn
7 – 10 år
Instrument utviklet av Csocsán

Studien er utført ved Universitetet i Dortmund, og har som målsetting å innhente data knyttet til korttidshukommelse I sammenheng med strukturerte rytmemønster. Metoden var strukturerte intervjuer. Man samlet data individuelt fra elevene.

Forskning utført av Oliv G. Klingenberg

BLINDE BARN OG TALL (hovedfagsarbeide)
1994 – 1998
Tallforståelse
N = 8 blind
8 – 11 år
Instrument hentet fra ulike forskningsprosjekt

APPENDIX B Læreplaner

ARITMETIKK

TYSK	NORGE	FINLAND	UNGARN
1. KLASSE	1. KLASSE	1. KLASSE	1. KLASSE
Tallområdet 0-20 – rekkefølge – forhold – addisjon – subtraksjon – divisjon – fyll inn – dobling – halvparten Lese og skrive: +, -, =, >, <	Leke med tall Forstå tallbilder Sammenhenger mellom tall Tallinja Forberedende – addisjon – subtraksjon – tallsymbol	Tallområde – 100 Hoderegning Regnefortellinger Problemløsning	Tallområdet 0-20 Naturlige tall Telling Addisjon Subtraksjon Manglende addend Lese og skrive tall Symboler: +, -, =, >, <
2. KLASSE	2. KLASSE	2. KLASSE	2. KLASSE
Tallområdet -100 Addisjon med 1 og 2 siffer Grunnleggende – multiplikasjon – divisjon Kombinasjoner med de fire regneartene	Likheter og forskjeller Klassifisering Tallsymboler Plassering av tiertall Addisjon Subtraksjon Partall og oddetall Doblinger Halveringer Lommeregner Dataprogram	Tallområdet -1000 Posisjonssystemet Begreper: – multiplikasjon – divisjon Multiplikasjonstabellen -> 5 Divisjon: – konkret materiell Stolpediagram: – lese – skrive	Tallområdet – 100 Naturlige tall Grunnleggende operasjoner Multiplikasjonstabellen Oppdeling i like deler
3. KLASSE	3. KLASSE	3. KLASSE	3. KLASSE
Tallområdet – 1000 Muntlig regning med store tall Multiplikasjons tabellen Divisjon med ett siffer (med og uten rest) Skriftlig addisjon / subtraksjon Overslagsregning	Addisjon og subtraksjon opp til 20 Metoder for å addere og subtrahere store tall som hoderegning og på papir Multiplikasjon og divisjon i konkrete sammenhenger Kontrollere resultat Alternative skrivemåter: romertall Enkle brøkuttrykk 1/2, etc. Lommeregner Programvare for data	Tallområdet – 10 000 Posisjonssystemet Sekvenser Regler for de fire regneartene Multiplikasjonstabellen 1–10 Multiplikasjon Divisjon Multiplikasjon med 10, 100, 1000 Bruk av desimalkomma i sammenheng med Euro	Tallområdet til – 1000 Naturlige tall Desimalsystemet Negative tall Enkle brøker Halvskrevne operasjoner Skriftlige operasjoner – multiplikasjon med to siffer – Divisjon med ett siffer

4. KLASSE

Tallområdet 1.000.000
Overslagsregning
Regnestrategier for de fire regneartene
Skriftlig multiplikasjon med tre faktorer / kontroll
Skriftlig divisjon (1 faktor eller 10)
Bruk av begrepene: addere, subtrahere, dividere, multiplisere

4. KLASSE

Negative tall
Brøk
Desimaltall
Multiplikasjon / addisjon
Divisjon / subtraksjon
Multiplikasjonstabellen
Muntlige regnestrategier
Praktisk regning
Begrunne valg av regneart

4. KLASSE

Tallområdet 1.000.000
Avrunding av tall
Estimering
Multiplikasjon, 2 faktorer
Divisjon:
– skriftlig
– kontroll
Desimaltall
Posisjonssystemet
1/10; 1/100
Addisjon /subtraksjon
Hoderegning
Euro, cent
Brøk

4. KLASSE

Tallområdet > enn 1.000.000
Halvskriftlige uttrykk
Skriftlige uttrykk
Negative tall
Enkle brøker
Bruk av termer
Sammenheng mellom ulike operasjoner
Bruk av parenteser
Beskrive oppstillinger
Regnemetoder

GEOMETRI/ MENGDELÆRE

1. KLASSE

Rombegrep:
Venstre, høyre, under, på etc.
Geometriske former
Enkle mønster

1. KLASSE

Rombegreper
Grunnleggende geometriske former
Måle lengder
Areal

1. KLASSE

Grunnleggende geometri
3-dimensionale figurer
Måling og sammenligning av lengder
Mønster
Diagram
Tabeller; søylediagram
Tid 1 time, 1/2 time

1. KLASSE

Rombegreper
Sammenligning av størrelser;
Lengder, tid, vekt, penger
Måling med cm, m, kg, liter, timer
Grunnleggende geometri former

2. KLASSE

Rombegreper
Grunnleggende geometri, figurer / former
Mønster
Måling av lengder
Mengder
Tid
Diagram og tabeller
Penger

2. KLASSE

Former og figurer i omgivelsene
Grunnleggende geometriske figurer
Mengder
Klassifikasjon i forhold til kvaliteter

2. KLASSE

Tegne geometriske former
Mønster
3-dimensionale former
Estimat av vekt kg,
Måling 1l, 1dl; m, cm, mm
Enkel veksling
Kalender: dag, Tid

2. KLASSE

Gruppering og klassifisering av geometriske former
Måling med dm, (dkg), dl, år, måned, uke, dager og minutter

3. KLASSE

Kartretninger
Regelmessige mønster
Uregelmessige mønster i omgivelsene
Symmetri
Tid
Dato
Penger
Måling av lengde og vekt
Overflate og volum
Enkel brøk
Tabeller; diagram

3. KLASSE

Areal; volum
Vinkler
Bruk av målebånd og meterstokk
Symmetri
Tid
Penger i konkrete situasjoner
Organisere data

3. KLASSE

Areal; volum
Vinkler
Navn på ulike geometriske begreper
Symmetri
Tid: timer og minutter
Analog / digital tid
Tidsintervaller
Kg, g
Km, dm, cm, med mer
Måleinstrumenter
Volum
Diagram
Kalender

3. KLASSE

Måling med km, cl, hl, gram, tonn, sekunder, rett vinkel
Symmetri

4. KLASSE

Areal & volum
Arealmåling
Forstørre/forminske figurer
Utvikle tegneferdigheter
Euro, cent
Km, m, dm, cm, mm
År, måned etc.
Tonn, kg, g
1 liter
Nøyaktig måling
Tilfeldig utvalg

4. KLASSE

Bruk av enkle former for å lage figurer
Lage mønster på rutenett
Kart og skala
m2, cm 2; Areal
Volum dm3 = l l
Vinkler 360(; 180(; 90(
Målinger, praktisk bruk, organisering av spill
Arbeid med målinger etc.
Arbeid med tabeller
Diagrammer
Kalender

4. KLASSE

3-dimensionale figurer
Klassifisering av flate geometriske figurer
Omkrets

4. KLASSE

Grunnleggende geometri begreper: flate, linje, rett, kurve
Målinger, overføringer mellom målesystemer
Diagram
Tabeller
Kalender
Enkle Vinkler
Bruk av linjal

Slik ble vår "baby" skapt

1. Ideen om å lage denne boken oppsto i Helsinki. Emmy, vår hovedtaler ved et nordisk matematikkseminar, slapper av etter gjennomføringen sammen med Mumin.

2. Samtaler omkring bordet skal sikre at ungarske- , norske -, svenske -, tyske -, ... begrep blir riktig også på engelsk. Teamets forskningsmateriell blir drøftet i Dortmund av Oliv, Solveig og Kajsa-Lena.

3. Hver sier at matematikk ikke er moro? Eller er det slik at disse matematikklærerne er snåle? Lykkelig trio, Oliv, Kajsa-Lena og Emmy i Dortmund.

4. En hyggelig overraskelsesbaby er født. Selv i tidlig alder er Senja opptatt av å telle. Hvor mange føtter? En, to, tre ... femti. Som mor (Kajsa-Lena) så datter (Senja)!

5. Fullstendig konsentrasjon. Hva i all verden betyr "tesselation"? Oh, brukes til å lage mosaikk. Rendben van! (ungarsk for OK) Solveig i aksjon.

6. I søken etter noe sterkt for å krydre teksten. Oliv og Emma er omringet av paprika i Ungarn.

7. Oppdraget er fullført. Endelig tid til å hvile. Oliv i Tarto.

MATEMATIKK sett med andre øyne

Målsettingen med denne matematikkboken er å gi lærere til synshemmede barn nye ideer og hjelp i arbeidet. Boken gir retningslinjer og praktiske eksempler for hvordan man strukturerer og skaper gode læringssituasjoner for eleven.

Vi har konsentrert oss om småskoletrinnet, fordi grunnlaget for all fremtidig matematikklæring ligger i de første skoleårene. En elev som bare har "tomme" tallbegreper å bygge på kan aldri forstå oppgaver på et høyere trinn. Tallforståelse, tallstrukturer og relasjoner mellom deler og helhet, så vel som funksjonelle begreper, er nødvendige forkunnskaper for å løse oppgaver på alle nivå.

Et synshemmet barn erfarer verden gjennom hendene, men vi må heller ikke glemme andre sansekanaler. En måte å utvikle tallforståelse på er å analysere akustiske mønstre og kombinere dem med bevegelse og taktile representasjoner. Aktivitet med objekter og kommunikasjon både med andre barn og voksne er viktige erfaringer med tanke på å utvikle matematisk kompetanse.

Selv om dette er en matematikkbok, inneholder den også nye filosofiske tilnærminger med hensyn til det å undervise barn som er sterkt synshemmet. Vi håper boken vil gjøre leserne interessert i dette synspedagogiske fagfeltet.

Dortmund / Budapest, Emmy Csocsán
Melhus, Oliv Klingenberg Helsinki, Kajsa-Lena Koskinen, Solveig Sjöstedt

Illustrasjoner: Susanna Huldin Layout: Christian Sjöstedt

Schildts Förlags Ab

Ekenäs Tryckeri Ab ISBN 951-50-1312-7