

Dynamisk kartlegging i matematikk

Oppgaveveiledning 5. – 10. trinn (og videregående skole)



Dynamisk kartlegging i matematikk

Kartleggingens hoveddeler

Generell veiledning til dynamisk kartlegging

Litteraturliste

Oppgaveveiledning til dynamisk kartlegging 5.-10. trinn

1. Plassverdisystemet, hele tall
2. Desimaltall
3. Brøkbegrepet
4. Plangeometriske former. Trekant, firkant og sirkel
5. Lengdemåling og forståelse av lengdebegrepet
6. Arealbegrepet. Areal og omkrets
7. Speiling
8. Romoppfatning
9. Tolking av tekstoppgaver – matematisk modellering
10. Hoderegningsstrategier. Addisjon og subtraksjon.
11. Hoderegningsstrategier. Multiplikasjon og divisjon.
12. Sannsynlighet
13. Algebra og likninger.
14. Matematisk resonnering - algebra og logikk
15. Algebra i geometri og mønster
16. Funksjoner. Koordinatsystemet

Notatark til kartlegger.

Oppgaveark til eleven

Oppgaveveiledning til dynamisk kartlegging, 5. –10. trinn med videregående skole

Denne delen av veiledningen er oppgavespesifikk. For hver enkelt oppgave finner en

- tips om hjelpemidler til bruk i kartleggingen
- oppgavetekst som skal leses eller sies i tillegg til at eleven får lese den
- teoretisk bakgrunn med beskrivelse av typiske misoppfatninger knyttet til ulike typer svar på oppgaven
- forslag til hjelp for å starte en dialog med eleven og til å støtte på andre måter knyttet til ulike typer svar på oppgaven

Kartlegger (kalt KL i veiledningen) vil normalt være elevens lærer. Kartlegger har et oppgavesett med en oppgave pr. ark (kartleggingens del 2) og notatark til bruk under prøven (kartleggingens del 3).

Del bare ut ett oppgaveark av gangen. Noen oppgaveark brukes bare ved oppfølgingsspørsmål og skal bare deles ut dersom situasjonen tilsier det, se veiledningen for de enkelte oppgaver. Det er viktig at KL leser grundig gjennom veiledningen på forhånd.

Merk:

- Fortell eleven om hensikten med prøven (se del 1, generell veiledning).
- Fortell også at det er viktig for deg å få kunnskap om hvordan eleven tenker når han/ hun løser oppgaver i matematikk. Dette gjelder enten eleven lykkes eller mislykkes.
- Eleven må få vite at han/ hun får lov å bruke så mye tid som en ønsker på hver enkelt oppgave.
- Husk at forslagene til dialog kun er forslag og at du selv må finne et språk å kommunisere med eleven på som fungerer.
- I kommunikasjonen skal kartlegger i størst mulig grad unngå selv å gi løsningene, men være en støtte for elevens tenkning. Legg derfor vekt på å bruke assisterende spørsmål (se del 1, generell veiledning) og gi hint om tilnærming til løsning.
- Gå videre til neste oppgave hvis ikke eleven kommer nærmere en løsning og støtte eller hint ikke har positiv innvirkning.

Oppgave 1. Plassverdisystemet, hele tall.

1a. Oppfatningen av tresifret tall

KL: Et bestemt tall består av 3 tiere, 6 enere og 7 hundrere. Kan du skrive opp dette tallet?

Alternative svar, oppgave 1a

Alt. 1 736, korrekt svar.	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
I dette tilfellet er det mulig at eleven har bra innsikt i plassverdisystemet, men for sikkerhets skyld bør KL stille spørsmål. Noen elever vil gjette svaret ut fra oppgaveformuleringen. Det er uansett verdifullt å vite hvordan eleven tenker.	KL: Vil du forklare hvorfor du mener dette er det riktige tallet?

Alt. 2 70036	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven vet hvordan 36 skrives og også hvordan 700 skrives, men denne kunnskapen trenger ikke å være basert på forståelse av plassverdisystemet. Muligens husker eleven hvordan disse to tallene skrives, men oppfatter likevel "sju hundre" og "tretti seks" som to tall etter hverandre. Det kan også tenkes at eleven her blander inn tankemåter fra additive tallsystemer, mange barn tenderer mot å uttrykke tall additivt. Det vil si at "sju hundre og tretti seks" kan uttrykkes som summen av 700 og 36 skrevet på denne måten. Her må undervisninga rette seg mot en grundig opplæring i plassverdisystemet!	KL: Vil du forklare hvorfor du mener dette er det riktige tallet? Mulige suppleringspørsmål: KL: Kan du forklare hvilke tall dette er, "700" og (deretter) "736"? Og: Hvis du har 700 og legger til 36, hvordan gjør du det?

Alt. 3 16	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her er det trolig at eleven blander inn et additivt tall-system der 736 betyr $7 + 3 + 6$, eller mer sannsynlig at eleven ikke forstår spørsmålet, men tror tallsifrene er addendene i et regnestykke.	<i>KL: Vil du forklare hvordan du kom fram til dette tallet?</i> <i>En kan også prøve med lavere tall: Hva med det tallet som består av to tiere og fem enere?</i> <i>Hvis dette også blir tolket som en sum av 2 og 5, kan en prøve samme tall med penger som konkretiseringsmiddel (2 tiere og 5 kronestykker).</i>

Alt. 3 367	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her er det ganske sannsynlig at eleven gjetter og skriver sifrene i den rekkefølgen de blir lest opp fra venstre eller høyre. KL bør stille spørsmål for å undersøke dette nærmere.	<i>Noen forslag til assisterende spørsmål fra KL:</i> - <i>Vet du hva 3-tallet betyr her? Enn 6-tallet? Osv.</i> - <i>Vet du hva som er enerplassen? Osv.</i> <i>Et annet tall har 2 enere og 3 tiere. Hvilket tall er det?</i>

Oppgave 1 b Nullen som plassholder

Gjøres bare dersom eleven med eller uten støtte fra KL lyktes i oppgave 1a.

KL: Et bestemt tall består av 8 tusenere 4 tiere og 3 enere.
Kan du skrive opp dette tallet?

Alternative svar, oppgave 1b:

Alt. 1 8043, korrekt svar.	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
I dette tilfellet er det naturlig å anta at eleven har god innsikt i plassverdisystemet, men for sikkerhets skyld bør KL stille spørsmål. Det er uansett verdifullt å vite hvordan eleven tenker.	<i>KL: Vil du forklare hvorfor du mener dette er det riktige tallet?</i>

Alt. 2 843	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Eleven plasserer tallsifrene i samme rekkefølge som sist, uten hensyn til at det ikke er noen hundrere. Her må undervisninga rette seg mot en grundig opplæring i plassverdisystemet!	<i>KL: Vil du forklare hvorfor du mener dette er det riktige tallet?</i> <i>Mulige suppleringspørsmål:</i> <i>KL: Hvor mange hundrere har vi her?</i> <i>og:</i> <i>Hvordan skriver vi det?</i>

Alt. 3 800043	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Eleven kan ha lært seg hvordan 8000 skrives og skriver først det. Så kommer 43, som også huskes, etterpå. Dette <u>tyder</u> på en tenkemåte delvis basert på et additivt tall-system: 800043 betyr 8000+43.	<i>KL: Vil du forklare hvorfor du mener dette er det riktige tallet?</i> <i>Mulige suppleringspørsmål:</i> <i>KL: Hvor mange enere har vi her? Og tiere? Hundrere? osv.</i> <i>En kan også spørre hva tallet 8043 betyr.</i>

Oppgave 1 c. Tieroverganger ved hoderegning

Gjennomføring av kartlegging: Hver deloppgave i oppgave nr. 1c gis muntlig til eleven. Gi bare en oppgave av gangen!			
KL: Du skal få noen oppgaver som du skal regne i hodet, uten å bruke papir og blyant. Forklar eller vis hvordan du tenker og hva du gjør:			
I. $8 + 5$	II. $28 + 5$	III. $68 + 5$	IV. $98 + 5$

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale/ observasjon
Her ønsker vi å finne ut om eleven kjenner igjen tallmønsteret og kan bruke det til resonnere seg fram til løsningene. Dette vil gi indikasjoner på om eleven forstår noe av strukturen i plassverdisystemet. Hva slags regnestrategier eleven benytter, er mindre viktig her. Dette kartlegges mer senere. Selv om eleven må benytte en tungvint strategi for den første oppgaven, kan det tenkes at hun/ han ser sammenhengen mellom oppgavene og klarer å løse dem. Erfaringsmessig ser elevene lettere at 5- tallet er felles enn 8-tallet. Oppgaven handler om tieroverganger. Dersom dette blir for krevende, kan en forenkle ved å bruke oppgaver med et mønster der det ikke er tieroverganger: $7 + 2$, $27 + 2$, $57 + 2$ osv. En annen forenkling kan være oppgaver med tieroverganger der mønsteret er enda enklere å kjenne igjen: $8 + 5$, $108 + 5$, $208 + 5$ osv.	<i>Dersom eleven strever med å løse $8 + 5$, kan KL oppmuntre til en strategibruk:</i> <i>Hvor mye må du legge til 8 for å få 10?</i> <i>Hvor mange flere er det du skal legge til da?</i> <i>Eller:</i> <i>Kan du telle på fingrene?</i> <i>Kanskje du kan tegne opp og så telle?</i> <i>Når det første stykket er løst, kommer det neste, $28 + 5$. Hvis eleven ikke automatisk ser mønsteret, kan KL spørre:</i> <i>Ser du noe som er likt i denne og forrige oppgave?</i> <i>Hvis eleven bare ser 5-tallet:</i> <i>KL: Fint, det stemmer. Er det noe mer som er likt?</i> <i>Og:</i> <i>Når både 8-tallet og 5-tallet står i begge regnestykkene, tror du det er noe som blir likt i svaret for de to oppgavene?</i> <i>Hvis det likevel blir for vanskelig, kan KL prøve noen enklere oppgaver, se under "teoretisk bakgrunn".</i>

Oppgave 1 d - e. Estimere på åpen tallinje

Forskning (se nærmere i Generell veiledningen s 4) viser at barn til og begunne med ikke oppfatter tallfordelingen lineært, men heller logaritmisk fordelt.

En fjerdeklassing som skal plassere 150 på en åpen tallinje fra 0 til 1000 kan for eksempel mene at 150 ligger i et område rundt der 400 faktisk ligger. For tallstørrelser nærmere øvre enden av tallinja, som 800, vil plasseringen nødvendigvis nærme seg den riktige.

Denne tendensen er tydeligst for de yngste barna. Talloppfatningen blir gjerne gradvis mer korrekt når barna blir eldre og dermed blir fordelingen mer lineær.

Misoppfatningen avlæres først for lavere tallverdier, for eksempel tidligere for en skala fra 0 – 100 enn for en skal fra 0 – 10 000.

I oppgavene under skal eleven forsøke å plassere et tall mest mulig riktig på en åpen tallinje, altså en tallinje der bare endepunktene har kjente verdier.

I utgangspunktet brukes ikke linjal, men i spesielle tilfeller kan den benyttes (se under).

1 d.

Eleven får først en åpen oppgave og velger selv et tall å plassere. En hensikt med oppgaven er at eleven skal få muligheten til å velge et tall som gjør at han/ hun mestrer oppgaven. Vi vil også se om eleven har nok innsikt i egen kunnskap til å velge et slikt tall.

KL: På denne tallinja kan vi se hvor null og tusen er.

Velg et tall mellom null og tusen. Sett en pil på tallinja der du mener tallet skal være!

0 1000

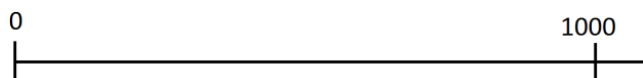
~~0 1000~~

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
På en åpen tallinje kan en se om eleven kan plassere tall i riktig rekkefølge og om eleven har en god forståelse av tallenes relative størrelser. Her skal eleven i utgangspunktet bare plassere ett tall og vi ønsker å se om det plasseres i noenlunde riktig område på tallinja. Både på elevark og i notatark til veileder, er linjestykket utformet slik at avstanden mellom 0 og 1000 er 10 cm. Dermed kan en linjal benyttes som hjelpemiddel dersom eleven står helt fast!	<i>Hvis eleven ikke klarer å velge et tall, kan KL støtte:</i> - Kanskje du kan velge et rundt tall? - Vil du velge noe et stort eller lite tall? <i>Hvis eleven er usikker kan KL si:</i> - Hvilket tall er midt mellom 0 og 1000? Hvor på tallinja finner vi det, da?

1 e.

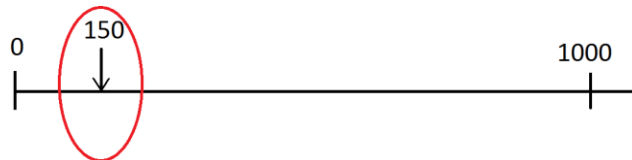
KL: Dette er den samme tallinja fra null til tusen.

Sett en pil dit du mener 150 er!



Alt. 1

Tilnærmet korrekt svar.



Teoretisk bakgrunn

Forslag til samtale

På en åpen tallinje kan en se om eleven kan plassere tall i riktig rekkefølge og om eleven har en god forståelse av tallenes relative størrelser. Her skal eleven i utgangspunktet bare plassere ett tall og vi ønsker å se om det plasseres i noenlunde riktig område på tallinja.

Både på elevark og i notatark til veileder er linjestykket utformet slik at avstanden mellom 0 og 1000 er 10 cm. Tallet 150 bør dermed plasseres i nærheten av 1,5 cm fra null. Dermed kan en linjal benyttes som hjelpemiddel dersom eleven står helt fast!

Det er vanskelig å gi et absolutt krav for hva som er et godt nok svar, men en pil i området mellom 80 og 220 er akseptabelt. Det er omtrent innenfor der den røde ellipsen er markert.

Det er uansett viktigst å finne ut hvordan eleven resonnerer for å finne fram til løsningen!

KL: Vil du forklare/ vise meg hvordan du fant fram til at pila skal være der?

Eventuelt:

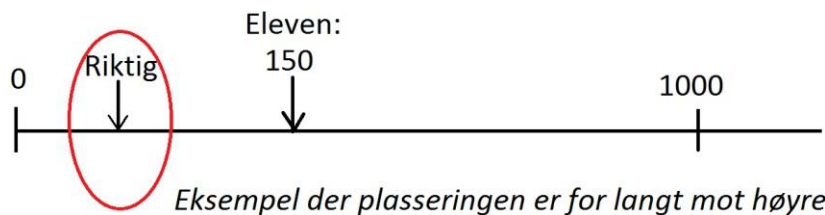
Så du kanskje for deg hvor noen andre tall skulle være?

Eller:

Hvordan kan vi vite at det ikke skal være enda nærmere null/ enda lenger fra null?

Alt. 2

Tydelig for langt mot høyre på tallinja.



Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Årsakene kan være flere, som: Tendens mot å fordele tallstørrelsene logaritmisk i stedet for lineært. Dette kan henge sammen med modenhet eller manglende erfaring i å vurdere tallstørrelser. Eleven er unøyaktig i utførelsen eller i vurderingen av størrelser og avstander. I figuren over antydes pila plassert på en verdi rundt 400. Ved å få eleven til å merke av noen sentrale verdier med streker kan det tenkes at han/ hun oppdager at svaret bør justeres. Det er uansett viktigst å finne ut hvordan eleven resonnerer for å finne fram til løsningen!	<i>KL: Vil du forklare/ vise meg hvordan du fant fram til at pila skal være der?</i> <i>Eventuelt:</i> <i>Så du kanskje for deg hvor noen andre tall skulle være?</i> <i>Vi kan få eleven til å lage en enkel skala, helst uten å bruke linjal:</i> <i>KL: Hvilket tall har vi midt mellom 0 og 1000? Kan du tegne inn en strek der?</i> <i>Og:</i> <i>Hvilket tall har vi midt mellom 0 og 500? Kan du tegne inn en strek der?</i> <i>Kan du nå vise hvor du mener 150 er?</i>

Oppgave 1 f. Tier- og hundroverganger

KL: Denne besøkstelleren viser antallet besøk som er registrert på en nettside.

Så mange har besøkt nettsida vår:



Skriv inn hva besøkstelleren viser etter at enda tre personer har vært innom sida:

Så mange har besøkt nettsida vår:



Alternative svar, oppgave 1 f.

Alt. 1 05302, korrekt svar.	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Her er det naturlig å anta at eleven har bra innsikt i plassverdisystemet, men for sikkerhets skyld bør KL stille spørsmål. Det er uansett verdifullt å vite hvordan eleven tenker.	<i>KL: Vil du forklare hvordan du kom fram til dette tallet?</i>

Andre alternative svar 052912, 052993, 35299, andre feilsvar eller blankt.	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Eleven behersker ikke plassverdisystemet. Det er sannsynligvis nødvendig å arbeide med dette helt fra grunnen av.	<i>KL: Vil du prøve å forklare hvordan du tenker?</i> <i>En kan også spørre om eleven kan løse denne oppstilte oppgaven:</i> $ \begin{array}{r} 5299 \\ + \quad \underline{3} \\ = \end{array} $ <i>KL kan også forenkle oppgaven, f. eks.:</i> – Hvis det står 299 og det kommer 3 til? – Hvis det står 99 og 3 til?

Oppgave 1g - h. Addisjon med flersifrede tall. Algoritme og plassverdisystem

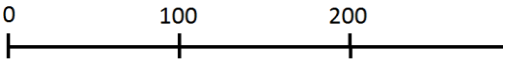
1g. Overslag addisjon, flersifrede tall

KL: Hvor mye omtrent blir $118 + 95$ til sammen?

Gjør et overslag i hodet og si omtrent hvor stort du tror svaret blir!

Det trenger ikke å være nøyaktig riktig.

Eleven får oppgavearket til å skrive svaret på, men oppgaven skal løses i hodet!

Overslag, $118 + 95$	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Det er en viktig kompetanse å kunne gjøre overslag. Be om begrunnelse. Svar som "Det blir litt over 200/ Det blir litt mindre enn 218 fordi jeg legger til nesten 100" er eksempler på at eleven gjør et bra overslag.	KL: Du skal få regne ut hvor mye $118 + 95$ blir til sammen. Men si først omtrent hvor stort du tror svaret blir! Hvis eleven synes dette er vanskelig å anslå, kan KL spørre: Hva blir $118+100$? – Er dette mer eller mindre? – Hvor mye mer? Eller lokke eleven til å gjette for å komme i gang: – Blir det mer enn 150? Over 200? Over 300? Over 218? Etc. – Hvorfor mener du det? Hvis eleven fortsatt står fast, kan KL gjerne få eleven til å tegne opp en tallinje (om nødvendig, kan KL tegne tallinja):  A horizontal line with three vertical tick marks. The first tick mark is labeled '0', the second '100', and the third '200'. – Kan du prøve nå? – Hvor har vi 118? Osv.

Oppgaven på neste side er en mer nøyaktig utregning av samme regnestykke.

h. Oppstilling og utregning Nå skal du få regne ut det samme stykket nøyaktig. Skrive opp og regn ut hvor mye $118 + 95$ blir til sammen. (Eleven velger selv måte å skrive opp på!)	
Alt. 1 Korrekt svar, 213	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Denne oppgaven kan løses både ved den formelle algoritmen og ved elevens egne, uformelle algoritme. Det som er vesentlig, er om framgangsmåten viser at eleven forstår hva som gjøres gjennom utregningen, at tankegangen er logisk riktig.	<i>KL: Kan du forklare meg hvordan du regnet?</i> <i>Dersom eleven har stilt opp tallene med enerne under hverandre, tierne under hverandre osv.: Hva er elevens begrunnelser for:</i> • Hvorfor 5-tallet plasseres under 8-tallet i oppstillingen. • Hvorfor 3-tallet og 1-tallet plasseres slik når du legger sammen, osv. <i>Har eleven brukt andre oppstillinger, tegnet opp eller brukt hoderegning? Er tankegangen logisk riktig?</i>

Alt. 2 Svarene 203 eller 223	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Forståelse av plassverdisystemet er en helt nødvendig kompetanse her! Svaret kan skyldes slurv/ dårlig konsentrasjon eller feilttenking. En mulig forklaring på svaret 223 kan være: $18 + 5 = 23$ og $11 + 9 = 20$, altså 223 til sammen. En mulig forklaring på 203 kan være at eleven dropper minnetallet.	<i>KL: Kan du forklare meg hvordan du regnet?</i> <i>Hvis eleven ikke ser feilen:</i> <i>KL: Hvilke tall er det mulig å begynne med?</i> – Går det an å legge sammen enerne først? – Hva får du når du legger sammen 8 og 5? – Hva <u>betyr</u> 1-tallet og 3 tallet? <i>Hvis eleven vet at 1-tallet betyr 1 tier:</i> – Hvor finner vi andre tiere her?

Alt. 3 Svarene 103 og 113	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Forståelse av plassverdisystemet er en helt nødvendig kompetanse her! Her er det sannsynlig at eleven glemmer minnetall en eller to ganger. Hvis det skyldes slurv/ dårlig konsentrasjon, vil eleven trolig rette det. Men det er også interessant å se om eleven ser urimeligheten i et slikt svar.	<i>KL: Hvis du ser på svaret, synes du det ser ut som om det er omtrent riktig størrelse?</i> <i>Og: Kan du forklare/ vise meg hvordan du regnet?</i> <i>Dersom eleven retter opp en slurvefeil, kan vi gå videre.</i> <i>Hvis eleven derimot fortsetter å gjøre feil, som konsekvent å utelate minnesifre, kan KL spørre:</i> <i>Hva får du når du legger sammen 8 og 5? Hva betyr 1-tallet og 3 tallet?</i> <i>Hvis dette ikke hjelper, kan vi lage en kontekst (helst basert på elevens interesser), som:</i> <i>Du skal på kjøpesenteret å handle en CD som koster 118 kr og en annen som koster 95 kr.</i> <i>Hvor mye penger trenger du da?</i> <i>Eleven kan gjerne oppmuntres til å tegne opp.</i> <i>Hvis eleven fortsatt står fast, kan vi løse oppgaven i fellesskap. Bruk gjerne konkretisering som støtte for den formelle algoritmen: 8 kr og 5 kr, det blir 13 som vi kan veksle i en tier og tre enere osv.</i>

Oppgave 2. Desimaltall

Oppgave 2a Tolkning av gitte desimaltall

I denne første oppgaven med desimaltall ser vi på elevens kunnskaper i forhold til formelle skrivemåter for desimaltall.

KL: Sett en ring rundt det største tallet:

0,19

0,701

0,81

0,5

Alternative svar, oppgave 2a:

Alt. 1 0,81, korrekt svar.	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
I dette tilfellet er det naturlig å anta at eleven har forstått desimaltallsystemet, men for sikkerhets skyld bør KL stille spørsmål. Det er uansett verdifullt å vite hvordan eleven tenker.	<i>KL: Vil du forklare hvorfor du mener dette tallet er størst?</i> <i>Dersom eleven ikke kan forklare hvorfor, kan et oppfølgende spørsmål være:</i> <i>KL: Noen mener at 0,701 er det største tallet. Hvordan tror du de tenker?</i>

Alt. 2, svar: 0,19	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Denne feilen kan skyldes at sifferet 9 får tallet til å virke stort. Muligens har eleven vansker med plassverdisystemet.	<i>KL: Vil du forklare hvorfor du mener dette tallet er størst?</i> <i>Hvis eleven står fast:</i> <i>KL: Hvilket tall er størst av 81 og 19?</i>

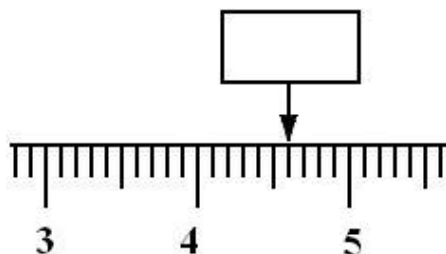
Alt. 3, svar: 0,701	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Dette kan være en tilfeldig feil eller det kan skyldes en misoppfatning om at: 1. Desimaltall består av et tallpar der det ene står foran og det andre etter kommaet. Først sammenliknes tallene foran kommaet. Det største tallet her betyr at tallet totalt er størst. Hvis heltallene er like, sammenliknes tallene til høyre for komma som om de var hele tall. Det med flest sifre her, er størst. Lesemåten "null komma sjuhundreogen" kan forsterke misoppfatningen. 2. Det lengste tallet er størst. Her er lengden av tallet (dvs. antall sifre foran og etter komma til sammen) det som avgjør. Hvis tallene er like lange, sammenliknes sifrene. For å identifisere de to mulige misoppfatningene, kan eleven få en oppgave. Men først bør eleven få anledning til å forklare tenkemåten. Feilen kan jo også skyldes manglende konsentrasjon.	<i>KL: Vil du forklare hvorfor du mener dette tallet er størst?</i> <i>Og: Hva betyr 7-tallet her? Hva betyr 8-tallet i 0,81?</i> <i>KL kan også spørre:</i> <i>Er ett av disse tallene størst, eller er de kanskje like store (skriv opp, for eksempel 0,30 og 0,3)</i> <i>En ny oppgave kan være: Hvilket av disse tallene er størst?</i> <i>2,31 1,975</i> <i>Elever med misoppfatning nr. 1 vil her sannsynligvis svare rett, mens de med den andre misoppfatningen trolig vil svare feil.</i>

Alt. 4, svar: 0,5	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Denne feilen kan skyldes en misoppfatning om at et desimaltall der bare tideler vist bak komma er større enn at desimaltall der også hundredeler eller tusendeler er vist. Noen elever begrunner dette ut fra kunnskapen om at tideler er større enn både hundredeler og tusendeler.	<i>KL: Vil du forklare hvorfor du mener dette tallet er størst?</i> <i>Vi kan også undersøke nærmere:</i> <i>KL: Hva med disse tallene her, er ett av dem størst, er noen av dem kanskje like store?</i> <i>0,30 0,3 0,300</i>

Oppgave 2 b. Desimaltall på tallinja

I denne oppgaven med desimaltall ser vi på elevens tolkning av desimaltall på ei tallinje der alle tidelsstrekene er markert.

KL: Her ser du ei tallinje. Pila fra firkanten peker ned på en bestemt tallverdi. Skriv denne tallverdien inn i ruta!



Alt. 1

4,6 korrekt svar.

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven synes å ha en god forståelse av desimaltallsystemet. Men misoppfatningen "4,6 betyr 4 av de store og 6 av de små" kan likevel være til stede. Det er dermed en mulighet for at eleven finner det korrekte svaret bare ved å telle antall småstreker forbi 4-tallet uten å reflektere over at dette er tideler.	KL: Vil du forklare hvorfor du mener dette er det riktige tallet?

Alt. 2

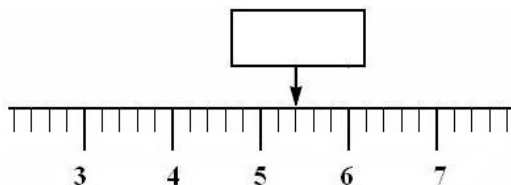
4,5 eller 5,4 eller andre svar, eller ikke noe svar

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Svaret 4,5 tyder på at eleven gjetter et tall basert på tallsymbolene 4 og 5 som vises. Det kan også skyldes manglende konsentrasjon. Svaret 5,4 kan tyde på at eleven teller streker fra 5 og mot venstre. Andre feilsvar kan skyldes manglende konsentrasjon, slurv eller gjetting.	KL (Pek på streken ved 4,5): Hvilken verdi har vi her? Dersom eleven er usikker, kan vi spørre hvor 4,0 er, eventuelt starte fra streken ved 4,0, spørre og gå en og en strek mot høyre. Hvis dette blir for vanskelig: Hopp over oppgave 2 c.

Oppgave 2 c. Desimaltall på tallinja

Her ser vi nærmere på elevens tolkning av desimaltall på ei tallinje. Denne oppgaven krever en dypere forståelse enn oppgave b. Her er ikke alle tidelsstreke vist.

KL: Her ser du ei tallinje. Pila fra firkanten peker ned på en bestemt tallverdi. Skriv denne tallverdien inn i ruta!



Alt. 1

5,4, korrekt svar.

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her er det sannsynlig at eleven har en god oppfatning av desimaltallsystemet, forståelsen av at hvert heltall er delt i ti. Det er likevel nyttig å høre elevens forklaring.	KL: Vil du forklare hvorfor dette blir svaret? og eventuelt: KL: Noen elever mener dette blir 5,2. Hvordan tror du de tenker?

Alt. 2

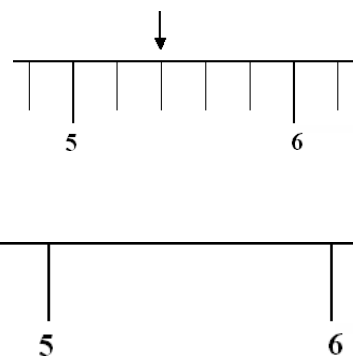
5,2

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven synes å ha misoppfatningen 5,2 betyr «5 av de store og 2 av de små». Det er sannsynlig at eleven finner det korrekte svaret ved å telle antall småstreker forbi 5-tallet uten å reflektere over om dette er tideler.	KL: Hvis dette er 5,2, kan du peke på hvor disse tallene (Ta ett av gangen!) 5,3, 5,4, 5,5, 5,6 og 5,7 er? KL kan også spørre eleven om hvor mange slike en-desimaltall (eller delstreker) det er mellom 5,0 og 6,0. Dersom eleven kommer fram til at det er inndeling i 10, kan han/ hun få prøve å tegne inn manglende streker i en figur (se under)

La eleven først markere den streken vi har spurt etter ved en pil eller ved å farge streken e.l. Deretter får eleven prøve å dele inn så det blir 10 i stedet for 5 mellomrom mellom tallene 5 og 6. Her må kanskje KL hjelpe i gang.

Så kan KL spørre: Ser du nå hva tallverdien blir?

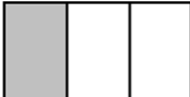
Hvis dette er vanskelig, kan en også prøve med ei tallinje uten streker mellom heltallene.



Oppgave 3. Brøkbegrepet

Oppgave 3 a. Uttrykke en brøk ved tegning

Vis først et eksempel på hvordan en brøk kan illustreres. Følgende eksempel står øverst på elevens oppgaveark:

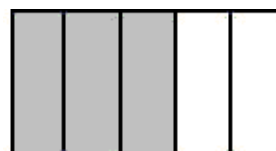
$$\frac{1}{3} =$$


Så oppgaven: Tegn inn en figur som passer til brøken:

$$\frac{3}{5} =$$

Si til eleven at han/ hun også kan velge å tegne en annen figur, for eksempel en som er rund om ønskelig.

Alt. 1 **Korrekt svar, for eksempel som denne figuren:**



Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven kan godt ha en operasjonell forståelse av hva brøken 3/5 er. Eleven bør likevel få forklare hva 3-tallet og 5-tallet i brøkuttrykket betyr: At noe er delt i fem deler og at vi har tre av disse fem, eller tilsvarende. Eleven bør også ha en forståelse av at det ikke spiller noen rolle hvordan figuren er inndelt, bare det er i fem like store deler.	<i>KL: Kan du forklare hva 3-tallet og 5-tallet i brøken egentlig betyr?</i> <i>Hvis eleven ikke kan forklare dette, spør:</i> - <i>Hvorfor delte du i akkurat fem deler?</i> - <i>Hvorfor fargela du bare tre av dem?</i> <i>Dersom eleven klarer å forklare, men virker usikker, kan KL spørre:</i> <i>Kunne du tegna den riktig på flere måter?</i> <i>Hvis eleven står fast, kan KL spørre om en må dele vertikalt ("strek nedover").</i>

Alt. 2 Eleven deler i åtte (omtrent) like store ruter, fargelegger tre av dem:



Teoretisk bakgrunn

Eleven har neppe en forståelse av hva $\frac{3}{5}$ uttrykker. Her er det sannsynlig at eleven tenker "Jeg har 3, det er 5 igjen" i stedet for "Jeg har 3 av i alt 5".

Eller:

"Det er tre og de er tre femdeler av de fem andre". Her viser eleven likevel en forståelse av hva $\frac{3}{5}$ av noe er.

Forslag til samtale

KL: Det er ikke helt riktig. Hva mener du at 5-tallet i brøken betyr?

Det er også naturlig å knytte samtalen til utgangseksemplet med $\frac{1}{3}$.

Hva betyr 3-tallet og 1-tallet der?

Oppgave 3 b - c Uttrykke brøk på tallinja.

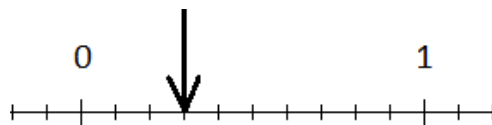
3b.

Sett en pil inn på tallinja der du mener $\frac{3}{10}$ er:



Alt. 1

Korrekt svar, pil inn til den tredje delstreken:



Teoretisk bakgrunn

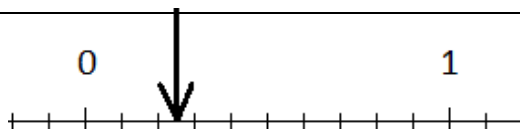
Eleven kan godt ha en operasjonell forståelse av hva brøken $\frac{3}{10}$ er. Men det er også mulig at eleven teller tre streker uten å reflektere over hva som utgjør telleren eller nevneren på tallinja. Eleven bør få forklare hva 3-tallet og 10-tallet i brøkuttrykket betyr i denne sammenhengen: At tallinja fra 0 til 1 er delt i ti deler og at pila peker på hvor langt de tre første delene går. Mange elever vil ha vansker med å uttrykke dette.

Forslag til samtale

KL: Kan du nå forklare hvorfor tre tideler blir akkurat der?
 KL kan også følge opp med:
 Kan du vise på tallinja hvor de ti delene er?
 Hvis eleven ikke kan forklare dette, kan KL spørre:
 - Kan du peke på en tidel? Hvor begynner og hvor slutter den Og videre:
 - Kan du vise de tre delene nå?

Alt. 2

Eleven setter pila inn midt på den tredje delen:



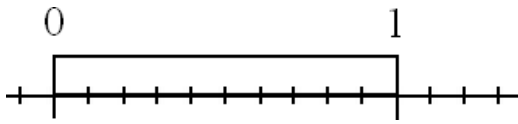
Teoretisk bakgrunn

Dette svaret kan ha flere årsaker:

- Eleven teller tre delstreker i stedet for tre intervaller og starter med 0-streken.
- Eleven tenker riktig og vil ha med hele det tredje intervallet, markerer dette med pil midt på intervallet.
- Eleven er unøyaktig i avmerkinga. Det kan blant annet skyldes svake motoriske ferdigheter, manglende konsentrasjon eller forsøk på å skjule faglig usikkerhet.

Forslag til samtale

KL: Kan du forklare hvorfor tre tideler blir akkurat der?
 KL kan også følge opp med andre spørsmål:
 – Skal den være akkurat midt mellom de to delstreke (pek gjerne på $2/10$ og $3/10$)?
 – Kan du telle en, to og tre tideler mens du peker på dem?
 KL kan også peke delstreken for $2/10$ og spørre hvor mye det er dit, og eventuelt tilsvarende for $3/10$ -streken.

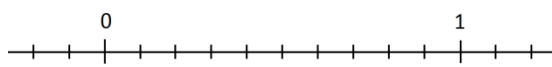
Alt. 3 Eleven gir andre svar eller svarer ikke:	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Dersom eleven lyktes med oppgave 3a, kan det være at han/ hun har en begrenset erfaring med konkrete uttrykk for brøk. Det er mulig at brøkdelene må være enda tydeligere framstilt Dersom eleven ikke klarte oppgave 3a og heller ikke lykkes med denne, mangler eleven operasjonell forståelse for brøkbegrepet. Dersom eleven svarer riktig på oppgave 3a men likevel ikke svarer her eller setter pila mer tilfeldig mot en annen strek, har han/ hun bare en svært begrenset forståelse av hva brøken $\frac{3}{10}$ uttrykker.	<i>Dersom eleven har svart, men det er en annen type feil svar, kan KL spørre:</i> <i>Kan du forklare/ vise meg hvordan du gjorde?</i> <i>Eventuelt etter hvert: Jeg er litt usikker på hva du mener. Kan du peke på tallinja og vise hvor en hel er?</i> <i>Her kan KL eventuelt hjelpe eleven med å finne hvor 1 er dersom dette også er problematisk. KL kan så spørre:</i> - <i>Hvor mange deler er den hele her delt inn i?</i> - <i>Hvor mange av disse ti delene er det nå vi har? Kan du telle dem?</i> <i>Særlig hvis eleven fikk til oppgave 3a, kan KL prøve å knytte en forbindelse til denne problemstillingen slik:</i> <i>KL tegner opp ei ny tallinje lik den første. Tegn deretter inn en firkant som viser størrelsen av en hel slik som i figuren under.</i>  <i>Her har jeg merket av en hel langs tallinja. Vi skal jo finne $\frac{3}{10}$ av denne, hvor mange biter må vi dele den i da?</i> <i>Kan du dele den opp så vi får $\frac{3}{10}$?</i> <i>Og etterpå:</i> <i>Hvor vil du nå plassere pila?</i>

Dersom eleven ikke opplever å mestre oppgave 3b, er det naturlig å hoppe over oppgave 3c (se neste side).

3c.

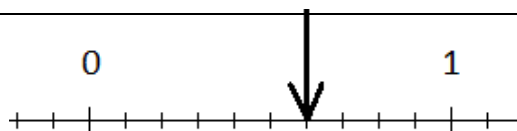
Denne oppgaven bør bare gis dersom eleven opplever å mestre oppgave 3b.

Sett en pil inn på tallinja der du mener $\frac{3}{5}$ er:



Alt. 1

Korrekt svar, pil inn til den sjette delstreken:



Teoretisk bakgrunn

Dette svaret tyder på at eleven har en operasjonell forståelse av hva en brøk er. Det er interessant å få kunnskap om hvordan eleven resonerer her, om han/ hun tegner opp hjelpetegning eller finner støtte på andre måter.

Eleven bør få forklare hva 3-tallet og 5-tallet i brøkuttrykket betyr i denne sammenhengen: At tallinja fra 0 til 1 som i oppgaven er delt i ti deler nå må deles i fem dobbelt så store deler og at pila peker på hvor langt de tre første av disse går.

Forslag til samtale

KL: Kan du forklare hvorfor tre femdeler blir akkurat der?

KL kan også følge opp med:

Kan du vise på tallinja hvor de fem delene er?

Hvis eleven ikke kan forklare dette, kan KL spørre:

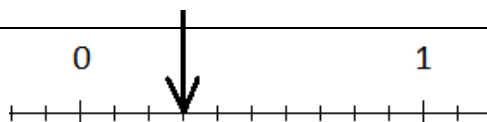
- Kan du peke på en femdel? Hvor begynner og hvor slutter den

Og videre:

- Kan du vise de tre delene nå?

Alt. 2

Eleven setter pila inn til den tredje delstreken:



Teoretisk bakgrunn

Her ser det ut til at eleven har fokus på tretallet i telleren uten å ta hensyn til nevneren.

I noen enklere øvingsoppgaver er gjerne helheten delt opp i rett antall, og elevene finner dermed telleren ved å telle opp de aktuelle delene uten å reflektere over sammenhengen mellom teller og nevner.

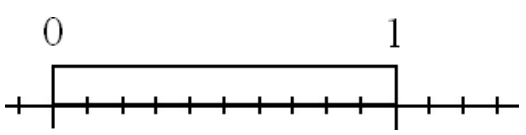
Forslag til samtale

KL: Kan du forklare hvorfor tre femdeler blir akkurat der? Kan du vise meg fem femdeler?

På oppgaven med $\frac{3}{10}$ var det i alt 10 deler mellom 0 og 1. Nå skal vi finne $\frac{3}{5}$, hvor mange deler får vi i alt nå mellom 0 og 1?

Og eventuelt:

Kan du tegne så det blir fem like store deler?

Alt. 3 Eleven gir andre svar eller svarer ikke:	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Siden eleven har lyktes med oppgave 3b, kan det være at han/ hun har en begrenset erfaring med konkrete uttrykk for brøk. Det er mulig at brøkdelene må være enda tydeligere framstilt.	<i>Dersom eleven har svart, men det er en annen type feil svar, kan KL spørre:</i> <i>Kan du forklare/ vise meg hvordan du gjorde?</i> <i>Eventuelt etter hvert: Kan du peke på tallinja og vise hvor en hel er?</i> <i>Her kan KL eventuelt hjelpe eleven med å finne hvor 1 er dersom dette også er problematisk. KL kan så spørre:</i> - <i>Hvor mange deler er den hele her delt inn i?</i> - <i>Når vi skal finne $\frac{3}{5}$, hvor mange deler bør vi dele inn i da?</i> - <i>Hvor mange av disse fem delene er det nå vi har? Kan du telle dem?</i> <i>Særlig hvis eleven fikk til oppgave 3a, kan KL prøve å knytte en forbindelse til denne problemstillingen slik:</i> <i>KL tegner opp ei ny tallinje lik den første. Tegn deretter inn en firkant som viser størrelsen av en hel slik som i figuren under.</i>  <i>Her har jeg merket av en hel langs tallinja. Vi skal jo finne $\frac{3}{5}$ av denne, hvor mange biter må vi dele den i da?</i> <i>Kan du dele den opp så vi får $\frac{3}{5}$?</i> <i>Og etterpå:</i> <i>Hvor vil du nå plassere pila?</i>

Oppgave 3d – e, sammenheng brøk - desimaltall

For å forstå desimaltall operasjonelt må en først beherske brøker som er delt i ti, hundre osv. Desimaltallene er egentlig en mer rasjonell måte å skrive desimalbrøker på:

$5 + \frac{2}{10} + \frac{8}{100}$ kan for eksempel skrives 5,28. Sammenhengen mellom de to uttrykksmåtene

er likevel ofte uklar for elever som sliter i matematikk. Se beskrivelser av misoppfatninger i veiledningen til oppgave 2!

3d.

Kan du skrive 0,4 som brøk?

Alt. 1 **Korrekt svar,** $\frac{4}{10}$ eller $\frac{2}{5}$

Teoretisk bakgrunn

Forslag til samtale

Eleven kan her godt ha en operasjonell forståelse av desimaltall og brøk. Men her kan det også tenkes at eleven gjetter riktig. Derfor bør eleven få forklare hvorfor han/hun mener dette svaret er riktig.

KL: Kan du forklare hvordan du fant fram til dette svaret?

Hvis dette blir vanskelig for eleven, kan en forsøke å støtte med spørsmål som for eksempel:

- *Hvilken plass står nulltallet på? Og firetallet?*
- *Hva betyr firetallet når det står på tidelsplassen?*

Alt. 2 **Eleven svarer** $\frac{1}{4}$, $\frac{10}{4}$, $\frac{0}{4}$ eller en annen brøk eller klarer ikke gi noe svar.

Teoretisk bakgrunn

Forslag til samtale

Her er det sannsynlig at eleven ikke har operasjonell forståelse, men for svaret $\frac{10}{4}$ er det mulig at eleven tenker riktig men blander sammen hva som er teller og nevner.

Hvis eleven har avgitt et feilsvar, kan KL gjerne spørre som i alternativ 1:

Kan du forklare hvordan du fant fram til dette svaret?

KL kan spørre videre ved behov, også hvis eleven ikke hadde noe svar:

- *Hvilken plass står nulltallet på? Og firetallet?*
- *Hva betyr firetallet når det står på tidelsplassen?*

Prøv å få eleven til å tegne noe som kan deles i ti. Unngå runde helheter, de er vanskelige å dele. Bruk gjerne tallinje.

3e. Denne oppgaven bør bare gis dersom eleven mestrer oppgave 3d.

Kan du skrive $\frac{4}{5}$ som desimaltall?

Hvis “desimaltall” er et vanskelig ord, kan en gjerne støtte med “kommatal”.

Alt. 1 Korrekt svar, 0,8

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven har sannsynligvis en operasjonell forståelse av sammenhengen mellom desimaltall og brøk. Her kan han/ hun ikke prøve seg fram med å sette inn sifrene gitt i oppgavespørsmålet.	<i>KL: Kan du forklare hvordan du fant fram til dette svaret?</i> <i>Hvis dette blir vanskelig for eleven, kan en forsøke å støtte med spørsmål som for eksempel:</i> - <i>Hvilken plass står nulltallet på? Og firetallet?</i> - <i>Hva betyr firetallet når det står på tidelsplassen?</i>

Alt. 2

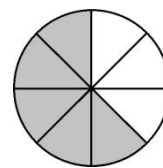
Eleven svarer 4,5 eller 0,4 eller 0,45 eller en annen brøk eller klarer ikke gi noe svar.

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her har nok ikke eleven en operasjonell forståelse. Det kan være ulike årsaker til slike svar som: Eleven gjetter Eleven oppfatter brøken $\frac{4}{5}$ som 4 hele og 5 tideler, og mener de to betyr det samme, altså et språkproblem. En tilnærming kan være å la eleven tegne opp $\frac{4}{5}$, for eksempel:  Og deretter lage om til tideler:  Her kan en gå fra brøken $\frac{8}{10}$ videre mot desimaltallet som også skal ha 8 på tidelsplassen.	<i>Hvis eleven har avgitt et feilsvar, kan KL gjerne spørre som i alternativ 1:</i> <i>Kan du forklare hvordan du fant fram til dette svaret?</i> <i>KL kan spørre videre ved behov, for eksempel hvis eleven svarer 4,5:</i> - <i>Hvilken plass står firetallet på? Og femtallet?</i> - <i>Og hva betyr femtallet i brøken?</i> <i>La gjerne eleven tegne opp en figur som viser $\frac{4}{5}$.</i> <i>KL: Her har du delt inn i fem deler siden brøken består av femdeler. Kan du lage den samme figuren om til tideler?</i> <i>Mulige oppfølgingsspørsmål:</i> - <i>Hva slags brøk blir det nå (se til venstre)?</i> - <i>Hvor mye deler vi en hel inn i når vi skal skrive desimaltall?</i> - <i>Vet du hvor tidelsplassen er?</i> - <i>Hvor mange tideler skal det være?</i>

Oppgave 3f – g, tolke brøk fra figurer

3f.

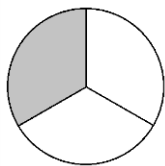
Skriv en brøk som passer til figuren:

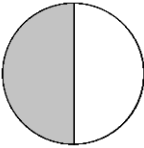


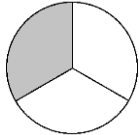
Alt. 1 **Korrekt svar,** $\frac{5}{8}$ eller $\frac{3}{8}$

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven har sannsynligvis en operasjonell forståelse, men neste oppgave vil gi et klarere svar på det. Eleven bør få forklare hvorfor han/ hun mener dette svaret er riktig.	KL: Kan du forklare hvordan du fant fram til dette svaret?

Alt. 2 **Eleven svarer,** $\frac{5}{3}$ eller $\frac{3}{5}$

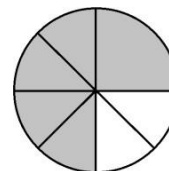
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven har ikke en operasjonell forståelse av brøk som antall deler av et hele. Fokuset ser ut til å være på antall deler som er med og antall som ikke er med.	KL: Kan du forklare hvordan du fant fram til dette svaret? For å unngå å forklare for eleven, kan en forenkle oppgaven og presentere en sirkel som er delt i tre like:  KL: Hvilken brøk blir dette? Hvis eleven har en misoppfatning, kan svaret bli $\frac{1}{2}$ eller $\frac{2}{1}$. Spør da gjerne om eleven vet hvordan "en halv" skrives og om eleven kan tegne en halv. Dersom eleven vet at betyr en halv og hva det betyr, kan dette brukes videre til å uttrykke brøken. KL kan spørre: Her er jo <u>en av to deler</u> mørk. Det er rett som du sier at det kan skrives $\frac{1}{2}$. Hvordan kan vi da skrive når <u>fem av åtte deler</u> er mørke?

Alt. 3 Eleven svarer, $\frac{8}{5}$	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her er det flere muligheter. Det kan være eleven gjetter hvor i brøkuttrykket tallene skal stå. Det er også mulig at eleven har en viss forståelse av at brøken uttrykker at vi har fem av i alt åtte, men at han eller hun er usikker på hvordan dette språklig skal uttrykkes. KL bør få eleven til å forklare uttrykket, og hvis det er vanskelig kan en gjerne forenkle oppgaven og vise en figur med for eksempel en halv eller en tredel.	KL: Kan du forklare hva åttetallet og femtallet betyr her? Dersom eleven klarer å uttrykke dette, går det an å si at under brøkstreken bruker vi å skrive hvor mange det er i alt og spørre om eleven vil prøve på den måten. Hvis eleven ikke klarer å uttrykke $\frac{8}{5}$, kan KL spørre ut fra en enklere figur: Kan du skrive brøken som passer til denne figuren? Hvis dette går bra, kan en prøve resonneret på den opprinnelige brøken. Hvis ikke, går det an å si at under brøkstreken bruker vi å skrive hvor mange det er i alt og spørre om eleven vil prøve på den måten. 

Alt. 4 Eleven svarer en annen brøk, et annet tall eller finner ikke noe svar.	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven har sannsynligvis liten forståelse av brøkbegrepet. Det er fint om en kan ta seg litt tid til å gi en enklere oppgave og sammen med eleven sette opp brøkuttrykket. Stambrøkene (der teller er lik 1) er som regel enklest å begynne med.	KL: Vi kan se på en annen oppgave. Hvilken brøk passer til denne figuren? – Hvor mange deler er det i alt? – Hvor mange av dem tar vi? – Vet du hvilket tall vi skriver under brøkstreken? Osv. 

Dersom eleven har hatt store problemer med å mestre oppgave 3f, bør en hoppe over 3g.

3g. Skriv en brøk som passer til figuren:



En viktig side ved brøkdelen er at de må være like store. Med en overflatisk kunnskap om brøk, vil noen elever regne store og små biter som likeverdige. I denne oppgaven er det mulig å endre inndelingen enten ved å dele opp den store sektoren i to eller ved å fjerne andre delestreker slik at det blir tre av i alt fire sektorer som er farget grå.

Alt. 1 **Korrekt svar,** $\frac{6}{8}$ eller $\frac{3}{4}$ (kan også være $\frac{2}{8}$ eller $\frac{1}{4}$)

Teoretisk bakgrunn

Forslag til samtale

Eleven har sannsynligvis en operasjonell forståelse. Eleven bør uansett få forklare hvorfor han/ hun mener dette svaret er riktig.

KL: Kan du forklare hvordan du fant fram til dette svaret?

KL kan også spørre: Kunne man ha gitt bitene en annen størrelse også?

Alt. 2 **Eleven svarer,** $\frac{5}{7}$

Teoretisk bakgrunn

Forslag til samtale

Eleven har antakelig ikke forstått at alle brøkdelenene må være like store. Heller en å forklare at det må de være, kan en forsøke å la eleven oppdage dette i en enklere situasjon.

KL: Kan du forklare hvordan du fant fram til dette svaret?

For å unngå å forklare for eleven, kan en forenkle oppgaven:

KL: Hvilken brøk blir dette?

Hvis eleven holder på sin logikk og mener at den er $\frac{2}{3}$,

kan KL vise en ny som likner:

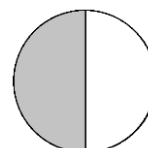
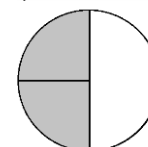
Hvilken brøk blir denne da?

Er den mindre enn den over?

Her vil nok mange innse at brøkene er like store og har verdien $\frac{1}{2}$.

KL kan da finne fram igjen figuren i oppgaven:

Kan vi gjøre noe liknende med den første figuren?



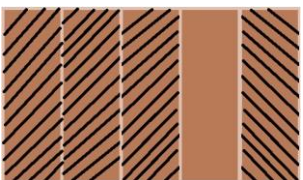
Oppgave 3h-i, brøkkaddisjon

3h.

Nå skal du få legge sammen to brøker:

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} =$$

Alt. 1 Korrekt svar , $\frac{4}{5}$	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven kan her godt ha en operasjonell forståelse av brøkkaddisjon eller det kan tenkes at forståelsen er mer instrumentell, basert på å huske regler. En bør derfor spørre eleven nærmere om tenkemåten selv om svaret er riktig.	<i>KL: Kan du forklare hvordan du fant svaret?</i> <i>Hvis dette blir vanskelig for eleven, kan en forsøke å støtte med for eksempel:</i> - Kan du tegne opp regnestykket? - Kan du forklare hvorfor 5-tallet ikke forandrer seg?

Alt. 2 Ulike typer feilsvar som: $\frac{4}{10}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{6}{8}$ eller 20	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Fortsatt legger en del undervisning vekt på å lære regler snarere enn å forstå. Dette fører ofte til at eleven må klare å huske reglene for å klare å løse oppgavene. Med mange regler å huske på, blir det fort forvirring! Feilsvarene over kan ha slike årsaker. Brukt systematisk kan vi her snakke om misoppfatninger. - Teller med teller og nevner med nevner, overført fra multiplikasjon til addisjon gir $4/10$. - Kryssmultiplikasjon som ved divisjon gir $5/15$. - Denne utvidet til "kryssaddisjon" gir $6/8$. - Kryssaddisjon der de to summene tilslutt adderes til ett, helt tall, gir 20. Det finnes flere muligheter, og her bør det være mulig å få eleven til å vise hvordan han/ hun gjorde det! En bør i fortsettelsen arbeide grundig for at eleven skal bygge opp forståelse av brøkbegrepet.	<i>Uansett svar kan KL her spørre:</i> <i>Vil du vise hvordan du regnet ut dette?</i> <i>Det kan være lurt å konkretisere, for eksempel:</i> <i>Her har du en sjokolade med fem rader.</i>  <i>Så gir du bort 3 femdel av hele sjokoladen til Sivert og 1 femdel av hele sjokoladen til Tuva.</i> <i>Hvor stor del av hele sjokoladen har du da gitt bort?</i>  <i>Kan du skravere bitene de får?</i> <i>Hvordan blir regnestykket her?</i> <i>Kan du se hva svaret blir?</i> $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

Brøkkaddisjon med ulike nevner

En bør bare gjennomføre denne oppgaven dersom eleven mestrer den forrige oppgaven (også med litt støtte!).

3i.

Nå skal du få legge sammen to brøker til:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$$

Alt. 1 **Korrekt svar,** $\frac{3}{4}$

Teoretisk bakgrunn

Eleven kan her godt ha en operasjonell forståelse av brøkkaddisjon eller det kan tenkes at forståelsen er mer instrumentell, basert på å huske regler. En bør derfor spørre eleven nærmere om tenkemåten selv om svaret er riktig.

Forslag til samtale

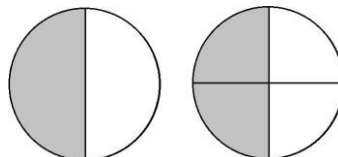
KL: Kan du forklare hvordan du fant svaret?

Hvis dette blir vanskelig for eleven, kan en forsøke å støtte med for eksempel:

- Kan du tegne opp regnestykket?
- Kan du forklare hva du gjør med den første brøken?

Hvis dette er vanskelig, kan KL utfordre eleven til å tegne opp de to likeverdige

brøkene $\frac{1}{2}$ og $\frac{2}{4}$. Alternativt kan KL tegne opp og spørre eleven om en av dem er størst.



Alt. 2 **Ulike typer feilsvar som:** $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{2}{6}$ eller $\frac{2}{3}$

Teoretisk bakgrunn

Feilsvarene over kan ha ulike årsaker. Det finnes også flere mulige feilsvar, og her bør eleven få vise hvordan han/ hun gjorde det!

Se også under feilsvar i alternativ 2 i forrige oppgave. En kan også se oppgaven i sammenheng med oppgave 3g der noen deler har ulik størrelse.

Her bør en arbeide med at eleven skal lære likeverdighet mellom og utviding av brøker.

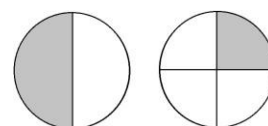
Forslag til samtale

Uansett svar kan KL her spørre:

Vil du vise hvordan du regnet ut dette?

For å hjelpe eleven til mestring, kan det være lurt å be eleven tegne opp brøkene:

Hvordan kan vi legge dem sammen?



Kan du gjøre sånn at alle bitene blir like store?

La eleven være den aktive som tegner, led ved å spørre!

Oppgave 4. Plangeometriske former. Trekant, firkant og sirkel

Oppgave 4

I denne oppgaven forsøker vi å undersøke om eleven har en god begrepsforståelse av noen grunnleggende geometriske former: Firkant, trekant og sirkel.

Eleven skal først beskrive hva som karakteriserer det aktuelle begrepet med sine egne ord (oppgave 4a – c). KL må da, avhengig av behovet, støtte eleven i å beskrive begrepet. Her må KL sikre seg at elevens bruk av beskrivende begreper er entydig. Hvis eleven sier at trekanten har fire kanter, bør KL utfordre eleven til å beskrive eller vise hva en «kant» er!

Elever kan legge ulikt begrepsinnhold i det samme språklige ordet. Derfor er det viktig å finne ut hvilket innhold eleven legger i begrepsuttrykket (ordet/ ordene) når han/ hun skal beskrive.

For at eleven skal beskrive begrepets innhold konkret, kan KL gjerne be ham/ henne tenke seg å skulle forklare for en yngre elev.

Til slutt får eleven en oppgave der han/ hun skal beskrive om noen utvalgte figurer er trekanter, firkanter eller sirkler (oppgave 4d).

Her kan eleven ha kunnskap på ulike nivåer, som:

1. Kjenne igjen en typisk figur ut fra tydelige trekk, men være usikker når figuren er mer utypisk (for eksempel en «smal» trekant med flat side opp).
2. Kunne beskrive slike typiske trekk ved figurene med egne ord.
3. Kjenne igjen figurer og klassifisere dem til å tilhøre flere kategorier.
4. Operasjonell forståelse for sammenhengen mellom de ulike figurtypene (for eksempel vite at en rombe også er et parallelogram).

Elever som er i matematikkvansker vil ofte ha nok med å kjenne igjen de mest typiske figurene og beskrive egenskapene med egne ord. Det er likevel viktig at KL er bevisst på dem. Eleven bør utfordres til å uttrykke seg muntlig og presist om disse begrepene.

4a. Trekant

KL: Forklar så nøyaktig du kan hva en trekant er! Tenk deg at du skal få en 1. klassing til å forstå det du forklarer.

En trekant består av tre linjestykker – trekantens sider – som parvis er koblet sammen i endene, som da utgjør trekantens hjørner.

Teoretisk bakgrunn

Forslag til samtale

En elev med god begrepsforståelse bør vite dette om trekantens egenskaper: - En trekant har tre rette sider/ kanter/ hjørner. - De tre sidene er rette og henger sammen i hjørnene. - Retningene på hjørner og sider er uten betydning. Elevs språkbruk kan variere. For to elever kan samme språkuttrykk brukes om ulikt begrepsinnhold og ulike språkuttrykk kan brukes om samme begrepsinnhold. For eksempel kaller noen elever sidene i trekanten for «kanter», mens for andre kan kant bety det samme som hjørne.	<i>Hvis eleven strever med å komme i gang:</i> <i>KL: Hva er det som gjør at du kjenner igjen en trekant?</i> <i>Hvis eleven bruker andre begreper for å beskrive hva trekant er, bør KL prøve å finne ut hva eleven legger av mening i disse. Det kan være begreper som kant, hjørne, side, spiss og liknende.</i> <i>KL: Kan du forklare eller vise meg hva en kant er?</i> <i>KL bør sjekke om eleven kjenner trekantens sentrale egenskaper (se i venstre kolonne).</i>
---	--

4b. Firkant KL: Forklar så nøyaktig du kan hva en firkant er! Tenk deg at du skal få en 1. klassing til å forstå det du forklarer. En firkant består av fire linjestykker – firkantens sider – som parvis er koblet sammen i endene, som da utgjør firkantens hjørner.	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
En elev med god begrepsforståelse bør vite dette om firkantens egenskaper: - En firkant har fire rette sider/ kanter/ hjørner. - De fire sidene er rette og henger sammen i hjørnene. - Retningene på hjørner og sider er uten betydning. - Lengdene på sidene er også uten betydning. Elevs språkbruk kan variere. (se teoretisk bakgrunn for trekant i oppgave 4a)	<i>Hvis eleven strever med å komme i gang:</i> <i>KL: Hva er det som gjør at du kjenner igjen en firkant?</i> <i>Hvis eleven bruker andre begreper for å beskrive hva firkant er, bør KL prøve å finne ut hva eleven legger av mening i disse. Det kan være begreper som kant, hjørne, side, spiss og liknende.</i> <i>KL: Kan du forklare eller vise meg hva en kant er?</i> <i>KL bør sjekke om eleven kjenner firkantens sentrale egenskaper (se i venstre kolonne).</i>

4c. Sirkel

Forklar så nøyaktig du kan hva en sirkel er! Tenk deg at du skal få en 1. klassing til å forstå det du forklarer.

En sirkel er en plan lukket kurve der alle kurvepunktene ligger like langt fra et fast punkt, kalt sentrum.

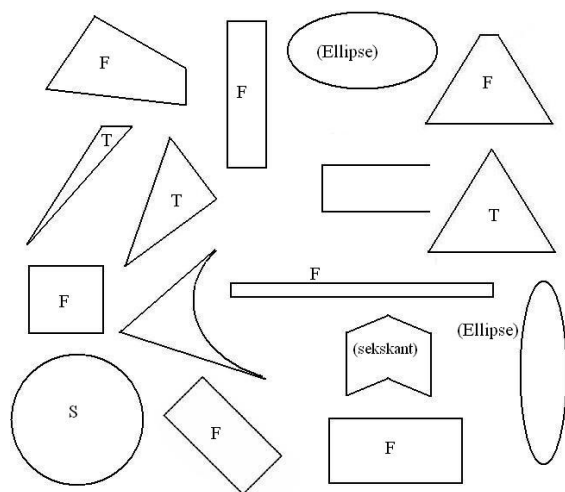
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
En elev med god begrepsforståelse bør vite dette om sirkelens egenskaper: - En sirkel er slik at avstanden fra sentrum ut til sirkelbuen alltid er den samme. - Sirkelen er en lukket figur Dette vil elever ofte uttrykke på andre måter: - En sirkel må være «helt rund»! - En sirkel er «rund som en ball» (ikke «rund som et egg»!) - Streken er alltid like langt fra midten! - Streken må gå «helt rundt»! Noen elever tolker også typiske ellipser til å være sirkler. I beskrivelsen vil de gjerne uttrykke at sirkelen er rund, har ingen kanter eller spisser osv. Elevers språkbruk kan variere. For noen betyr runding det samme som sirkel, for andre kan runding bety både sirkel og en ellipse som ikke er «helt rund».	<i>Hvis eleven strever med å komme i gang:</i> <i>KL: Hva er det som gjør at du kjenner igjen en sirkel?</i> <i>Hvis eleven bruker andre begreper for å beskrive hva sirkel er, bør KL prøve å finne ut hva eleven legger av mening i disse. Det kan være begreper som rund, «helt rund», runding, strek, side, «i midten» og liknende.</i> <i>KL: Kan du forklare eller vise meg hva du mener med helt rund?</i> <i>KL bør sjekke om eleven kjenner sirkelens sentrale egenskaper (se i venstre kolonne).</i>

4d. Trekant, firkant eller sirkel

Her skal eleven forsøke å kjenne igjen hvilke figurer som er trekanter, firkanter eller sirkler. Noen figurer er ingen av delene. Denne oppgaven bør ses i sammenheng med dialogen i oppgave 4a – c.

KL: Hva slags former er dette?

Skriv en T på de formene som er trekanter, en F på de som er firkanter og en S på de som er sirkler.



Alt. 1 Eleven svarer korrekt	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
En elev med god begrepsforståelse bør vite: - En trekant har tre rette sider/kanter/ hjørner. - En firkant har fire av det samme. - Retningene på tre- og firkantene spiller ingen rolle. - En sirkel er slik at avstanden fra sentrum ut til sirkelbuen alltid er den samme. - Alle formene må være lukkede. Tre kanter og en fjerde som mangler er verken tre- eller firkant.	<i>KL: Kan du forklare hva som skal til for at en figur er en trekant?</i> <i>Firkant?</i> <i>Sirkel?</i> <i>Hvis det er vanskelig å forklare, kan KL peke på en figur som elever gjerne misoppfatter og spørre for eksempel:</i> <i>Noen mener dette er en trekant. Hvordan ville du forklare dem at det ikke er det?</i>

Alt. 2 Eleven svarer feil	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Eksempler på misoppfatninger knyttet til disse plangeometriske begrepene: • Trekanter er figurer med spissen opp. • Trekanter er figurer med tre hjørner (sider kan godt være krumme) • Alle vinklene er spisse i en trekant • Ingen vinkler kan være stumpe i en trekant • Firkanter må ha like lange sider og rette vinkler • Firkanter må ha rette vinkler • En (gjerne den nederste) linje må være vannrett for en trekant/ firkant. • En sirkel trenger ikke ha konstant radius, bare den går helt rundt og har en jevn, fin bue.	<i>Hvis eleven svarer feil for trekant:</i> <i>KL: Hvis jeg sier at det er en trekant om den har akkurat tre rette sidekanter som henger sammen, er det noen du vil forandre på da?</i> <i>Hvis eleven mener en ellipse er en sirkel:</i> <i>KL: For at det skal være en sirkel, må det være like langt fra midten og ut til sirkelbuen hele veien. Er det noen du vil ta på nytt da?</i>

Oppgave 5. Lengdemåling og forståelse av lengdebegrepet

Alternative svar, oppgave 7:

<u>Merk:</u> Eleven skal IKKE bruke linjal på denne oppgaven ("linjalen" er tegnet inn). KL: Hvor langt er linjestykket her? KL kan også utdype: Hvor mange cm langt er det? Hvor lang er streken?	
	
Alt. 1: Korrekt svar, 6 cm	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Mest sannsynlig har eleven en operasjonell forståelse av lengdemåling. Det er likevel interessant å få kjennskap til hvordan eleven tenker, som for eksempel: • Subtraksjon 7 – 1. Linjestykket går til 7 cm men starter på 1, da blir lengden 6 cm. • Teller korrekt oppover fra 1 og finner at det blir 6 cm. • "Flytter" streken mentalt 1 cm til venstre og ser at da vil den gå til 6.	KL: Kan vise hvordan du fant dette svaret?
Alt. 2: Eleven gir svaret 7 cm	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Den mest vanlige årsaken til dette svaret, er antakelig at eleven leser av svaret 7 cm rett under der linjestykket slutter. Dette kan skyldes • slurv (som ofte avsløres av det første spørsmålet til høyre) • misoppfatning av lengdebegrepet (lengden er til dit streken slutter) • misforståelse av hva det spørres etter (Hvor langt rekker linjestykket?) • at eleven teller streker fra og med ett- tallet til og med sjutallet, det blir sju	KL: Kan du forklare hvordan du fant svaret? Hvis eleven teller fra 1-tallet til og 7-tallet, kan en vise "linjalen" under (uten linjestykket, se elevark) og tegne inn en strek fra 1- til 2-tallet KL: Hvor lang er denne streken? Hvis eleven holder på at den er 2 cm, kan en be eleven tegne en strek ved siden av linjalen som er 1 cm lang: Det spiller ingen rolle om han/ hun starter på 0 eller 1 eller et annet sted, streken kan uansett sammenliknes med den forrige. (Etterpå kan KL tegne en ny som er 2 cm og få eleven til å telle!)

Alt. 3 Eleven gir svaret 8 cm	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her er det flere muligheter: • Eleven oppgir det siste tallet på linjalen. • Eleven tror muligens at det er linjalen som skal måles. • Eleven gjetter på det største tallet som vises.	<i>KL: Kan du forklare hvordan du fant svaret?</i> <i>Hvis eleven står fast:</i> <i>KL: Kan du telle centimeterne?</i> <i>eller</i> <i>KL: (Det ser ut som om) du har målt hvor lang linjalen er. Den svarte streken er jo kortere. Hvor lang kan den være?</i>

Alt. 4 Eleven gir svar som 8,5 cm, 9 cm eller 9,5 cm	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her er det trolig at eleven tror det er lengden på linjalen som skal finnes. Noen muligheter: • Eleven bruker det "høyeste tallet fra linjalen". Det kan se ut som linjalen er 8,5 eller 9 cm lang når en ser på strekene forbi åttetallet. • Ved 9,5 cm kan det tenkes at eleven i tillegg tar med lengden fra linjalens begynnelse til venstre for null. Svaret er i hvert fall tilnærmet riktig for lengden av linjalen. Svaret er blant annet mulig ved at eleven måler linjalen med sin egen linjal.	<i>KL: Kan du forklare hvordan du fant svaret?</i> <i>Hvis eleven står fast:</i> <i>KL: Kan du telle centimeterne?</i> <i>eller</i> <i>KL: (Det ser ut som om) du har målt hvor lang linjalen er. Den svarte streken er jo kortere. Hvor lang kan den være?</i>

Oppgave 6. Arealbegrepet. Areal og omkrets.

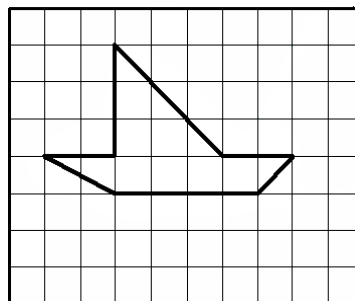
6a.

KL: Hvor stort er arealet/ flateinnholdet til figuren som er tegnet inn?

Hvis eleven er usikker på hva «areal» er, kan KL kan også utdype:

Hvor mange ruter er arealet på?

KL kan også snakke om at areal har å gjøre med hvor mye det er plass til på ei flate, et gulv el.l. innenfor noen grenser.



Alt. 1

Korrekt svar, 10 ruter

Teoretisk bakgrunn

Forslag til samtale

Her er det interessant å kjenne elevens framgangsmåte. Det er også mulig at svaret er blitt rett ved en tilfeldighet. Figuren inneholder sju hele og fire halve ruter, en med areal $\frac{1}{4}$ rute og en med areal $\frac{3}{4}$ rute. Noen momenter å se på:

- Teller eleven rutene? Telles alle ikke-hele ruter som halve, merk de to rutene nede til venstre i figuren. Spør gjerne spesielt om disse to.
- Har eleven andre strategier, som å slå sammen halve ruter ved å endre figuren, kombinere telling og utregning eller annet.

KL: Kan du vise meg hvordan du fant svaret?

Alt. 2

Tilnærmet korrekt svar, 9 eller 11 ruter

Teoretisk bakgrunn

Forslag til samtale

Her er det interessant å se om feilsvaret skyldes manglende konsentrasjon/ slurv/ gjetting.

KL: Kan du vise meg hvordan du fant svaret?

Hvis det er vanskelig: Hjelp eleven å organisere hele ruter for seg, hvor mange er det, og de oppdelte rutene, hvor store er de og hvor mange hele ruter utgjør de?

Alt. 3 Eleven svarer 7 ruter. Feilsvar som kan skyldes misoppfatning antall - areal	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Feilsvaret kan skyldes slurv eller gjetting, men mer sannsynlig er årsaken en systematisk feil. Sjekk om eleven kun teller <u>de hele rutene</u> som det jo er sju av. Misoppfatninger skyldes ofte overgeneraliseringer. Det kan tenkes at eleven har lært å beregne areal ved å telle små arealenheter (ofte en god tilnærmingsmåte), men stoppet opp i utviklingen med et fokus på antall. Figuren har også sju hjørner, noen elever vil ut fra dette gjette på sju!	<i>KL: Kan du vise meg hvordan du fant svaret? Eleven kan umulig ha telt alle ruter som skal telles:</i> <i>KL: Hva med de andre rutene, de som er delvis med på figuren? Kan du se hvor mye flate de inneholder?</i> <i>Hvis eleven fortsatt står fast, kan K peke på/ skravere to av de halve rutene og spørre om eleven kan se hvor stort dette arealet blir. Hvis dette ikke fører fram: Løs oppgaven i fellesskap, men la eleven få gjøre valgene.</i>

Alt. 4 Eleven svarer 13 ruter. Feilsvar som kan skyldes misoppfatning antall - areal.	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Feilsvaret kan skyldes slurv eller gjetting, men mer sannsynlig er årsaken en systematisk feil. Sjekk om eleven teller <u>alle ruter</u> som er berørt av arealet, disse er det jo tretten av. Her er det altså antallet som blir viktig, ikke hvor mye hver rute utgjør. Misoppfatninger skyldes ofte overgeneraliseringer. Det kan tenkes at eleven har lært å beregne areal ved å telle små arealenheter (ofte en god tilnærmingsmåte), men stoppet opp med et fokus på antall.	<i>KL: Kan du vise meg hvordan du fant svaret?</i> <i>Eleven må ha telt med noe som ikke skal telles, hvis eleven teller alle ruter som har noe innenfor arealgrensene:</i> <i>KL: Det er riktig at figuren er inne på 13 ruter. Men det er vel ikke plass til like mye på en halv som på en hel rute?</i> <i>Og videre:</i> <i>Går det an å legge sammen noen ruter så de blir like store som en hel?</i> <i>Hvis eleven fortsatt står fast, kan KL peke på/ skravere to av de halve rutene og spørre om eleven kan se hvor stort dette arealet blir.</i> <i>Hvis dette ikke fører fram: Løs oppgaven i fellesskap, men la eleven få gjøre valgene.</i>

Alt. 5 Eleven forveksler areal og omkrets. Det vil ofte være synlig når en ser på elevens framgangsmåte. Svaret vil her bli et for høyt tall, som for eksempel 17 (antall strekbiter rundt figuren)	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Forvekslingen kan skyldes at eleven - ikke klarer å skille areal og omkrets fra hverandre og velger tilfeldig det ene eller det andre. - ikke forstår hva areal er, og velger å løse en annen problemstilling han/ hun behersker og som kan knyttes til figuren (omkretsen). - kjenner forskjellen på areal og omkrets, men er usikker på språkuttrykkene. - er ukonsentrert og slurver, men behersker egentlig begrepene.	<i>KL: Kan du vise meg hvordan du fant svaret? (Hvis en ikke allerede har sett det.)</i> <i>Dersom eleven måler/ teller rundt, bør vi prøve å lede eleven inn på rett spor:</i> <i>KL: Du har funnet ut hvor langt det er rundt figuren. Men nå vil vi se hvor mye (mange ruter) det er plass til inni. Hvordan kan vi gjøre det?</i> <i>Hvis det er vanskelig: Hjelp eleven å organisere hele ruter for seg, hvor mange er det, og de oppdelte rutene, hvor store er de og hvor mange hele ruter utgjør de?</i>

Dersom oppgave 6a viser seg å bli for vanskelig å løse også med støtte, kan en gå over til oppgave 6b isteden, se neste side. Dette er en enklere oppgave som noen ganger kan fungere som en støtte for oppgave 6a.

Etter at oppgave 6b er gjennomført, kan KL vurdere om det kan være verdt å prøve oppgave 6a på nytt etterpå.

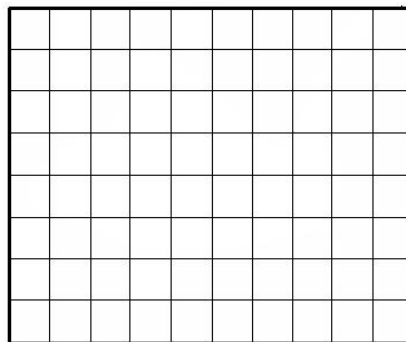
Arealer

6b. *Gis bare hvis eleven ikke lykkes i oppgave a)*

Her er et rutenett hvor du skal få tegne inn noen figurer.

Gi bare en oppgave om gangen!

- Kan du tegne en figur med areal lik fire ruter?
- Kan du lage to annerledes figurer til som også har areal lik fire?
- Prøv å tegne en figur som har areal på sju og en halv rute?

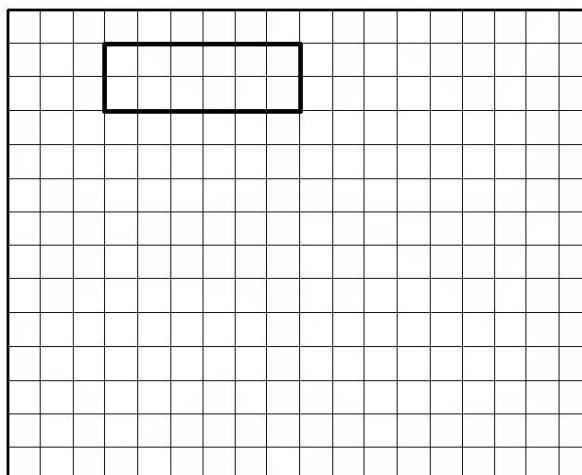


Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Dette er en oppgave som tar for seg det helt grunnleggende arealbegrepet. Et areal består av et visst antall småarealer, her små kvadrater. For at dette skal gi mening, må småarealene være like store, da vil de være arealenheter. En kan finne arealets størrelse ved å telle eller beregne antall arealenheter. Dette kan senere utvikles til arealformelen for et rektangel, antall arealenheter i lengden ganger antall enheter i bredden. En bestemt arealstørrelse kan ha ulike former. Det er viktig at elevene forstår at arealet ikke er avhengig av å ha en bestemt form, og i denne oppgaven kommer dette aspektet også fram.	<i>Hvis eleven ikke klarer å tegne et areal på fire ruter, kan KL forenkle oppgaven:</i> - Kan du tegne et areal som er <u>en rute stort</u>? <i>Hvis det er vanskelig, kan KL selv tegne et areal som er for eksempel to ruter stort og spørre:</i> - Dette arealet er to ruter stort, kan du nå tegne et som er fire ruter stort? <i>Og etter hvert:</i> - Kan du lage et til på fire ruter men som har en annen form? <i>KL kan støtte ved å si noe om form eller retning som kan endre seg, som:</i> - Kanskje du kan lage et kortere/ lengre/ smalere el.l., men som likevel er på fire ruter? <i>Hvis dette likevel blir vanskelig, kan KL tegne varierte figurer med areal to som eksempel. Når eleven har klart ulike firerarealer, kan han/ hun få prøve på et på 7 ½.</i> <i>Hvis det blir vanskelig med den halve, KL kan stille spørsmål som:</i> - Kan du tegne en figur så stor som en halv rute? - Går det an på flere måter? <i>Og eventuelt:</i> - Hvis du har to halve ruter, hvor store blir de til sammen?

Oppgave 6c-d, areal og omkrets

Gi bare en oppgave om gangen!

- c. Her ser du et areal på 12 ruter.
Hvor lang er omkretsen til arealet?
- d. Kan du tegne et nytt areal som også er på 12 ruter men som har en annen omkrets?
Finnes det flere måter å gjøre det på?

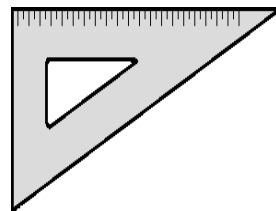


Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Mange elever blander sammen begrepene areal og omkrets. Mange tror også at økende areal alltid gir økende omkrets. I denne oppgaven får elevene gjøre erfaringer med at det ikke trenger å være slik. Vi får se om eleven behersker de to begrepene og hvordan han/ hun tenker at sammenhengen kan være. Klarer eleven å se hva slags type figurer som gir stor eller liten omkrets i forhold til arealet? Oppgaven er også et fint utgangspunkt for å arbeide videre med areal og omkrets. Eleven kan få muligheten til å filosofere over hva slags egenskaper ved en figur som gjør at omkretsen blir stor eller liten!	<i>KL: Kan du finne ut hva omkretsen til denne firkanten er?</i> <i>Hvis eleven er usikker på innholdet i de to begrepene, kan KL forsøke med at areal sier noe om hvor mye det er plass til inni mens omkretsen forteller oss hvor langt det er rundt.</i> <i>KL: Kan du tegne et nytt areal som også er på 12 ruter men som har en annen omkrets?</i> <i>Her finnes mange løsninger, og hvis eleven strever med å komme videre kan KL prøve å inspirere til kreativitet:</i> – Kan det være langt og smalt? – Kan det være kortere og bredere? – Kan det være noe annet enn en firkant? <i>Hvis eleven klarer å lage flere ulike figurer med areal 12 og ulike omkretser, kan KL spørre eleven:</i> <i>Kan du si noe om hva slags former som gjør at omkretsen blir stor og hva slags former som gjør at den blir liten?</i>

Oppgave 7. Speiling

HJELPEMIDLER OPPGAVE 7:

Ha en vinkellinjal tilgjengelig! Eleven kan gjerne oppmuntres til å bruke den.



Oppgave 7a, Speiling av punkter gjennom loddrett speillinje.

KL: Her er en figur som består av tre punkter med ulike farger. Disse punktene skal speiles om den svarte linja som er speilingslinja.

Tegn opp speilbildet av denne figuren! Du kan få bruke linjal om du vil!



Forklar hvordan du gjør!

Alternative svar, oppgave 7a:

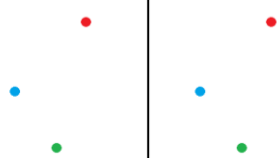
Alt. 1

Korrekt eller tilnærmet korrekt svar:

Eleven har speilet figuren om speilingslinjen slik at forhold og vinkler er bevart i speilbildet. De speilte figurene er (eller er ment å være) like langt fra speilingslinjen som de gitte.



Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Ved speiling skal ethvert punkt avbildes ved at en går vinkelrett inn til speilingslinja og fortsetter like langt på motsatt side. Mange elever gjør denne typen speiling intuitivt riktig. Momenter som gjør dette til en ganske enkel oppgave, er at speilingslinja er loddrett og at kun er punkter i figuren som skal speiles. Momenter som bør være med er (i en eller annen form): 1. Rett (vinkelrett) fra figuren inn til speilingslinja. 2. Fortsett like langt på motsatt side i samme retning.	KL: Vil du forklare hvordan du gjorde speilingen? Andre mulige oppfølgingsspørsmål kan være: – Hvor langt unna speilingslinja skal speilbildet være? – Hvilken retning må vi gå for å finne speilbildet? – Kan du vise hvordan vi kan måle oss fram til hvor speilbildet skal være?

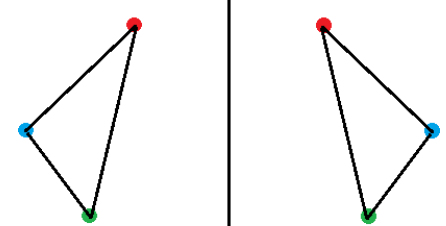
Alt. 2 Eleven parallellforskyver figuren i stedet for å speile den. 	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven blander muligens begrepene speiling og parallellforskyving, eller plasseringen av punktgruppa som en slags helhet «speiles», men ikke hvert enkelt punkt. Vi bør undersøke om eleven overhode forstår noen prinsipper ved speiling og forsøke med å speile ett enkelt punkt.	<i>KL: Kan du forklare hvordan figuren forandrer seg når den blir speilet? Er det noe som ikke forandrer seg?</i> <i>Eventuelt kan KL prøve med:</i> – <i>Hvordan kan vi vite hvor langt unna speilingslinja speilbildene av punktene skal være?</i> – <i>Kan du vise meg hvor speilbildet av dette punktet havner (viser skisse av ett punkt og ei speilingslinje)? Forklar hvordan du tenker!</i> – <i>Kan du vise hvordan vi kan måle oss fram til hvor speilbildet skal være?</i> <i>KL kan også prøve med et konkret eksempel:</i> – <i>Hvis du ser inn i et speil og flytter fingeren din nærmere speilet, hva skjer med speilbildet av fingeren da?</i> – <i>Hvis det blå punktet er langt fra speilet mens det røde er ganske nær, hvilket av dem vil da være nærmest på den andre sida av speilet?</i>

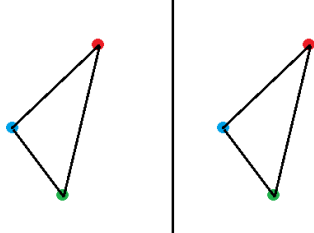
Alt. 3 Eleven har speilet figuren, men speilingen er unøyaktig, for eksempel: • Eleven har plassert figuren tydelig <u>for nær</u> eller for langt fra speilingslinjen. • Elevens figur er tydelig <u>større eller mindre</u> enn den opprinnelige figuren. • Elevens figur er <u>flyttet</u> vesentlig opp eller ned i forhold til figuren som skal speiles.	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her bør en undersøke om eleven har plassert punktene tilfeldig eller om eleven intuitivt ser hvordan speilbildet skal bli. Skyldes avvikene slurv eller mangel på forståelse! Vi bør få bekreftet at eleven forstår prinsippene ved speiling ved å forsøke med å speile en enkel figur som ett enkelt punkt. (Se alternativ 2 over.)	<i>KL kan gjøre tilsvarende beskrivelsen i alt. 2:</i> – <i>Det ser ut som om du plasserer speilbildet på omtrent riktig sted. Det er likevel noe som ikke stemmer helt.</i> <i>Osv. Se forslag til samtale i alternativ 2.</i>

Oppgave 7b. Speiling av en kontinuerlig figur

Hvis eleven lyktes bra med oppgave a, kan en fortsette her. Hvis det ble for vanskelig, også med mye støtte, gå videre til oppgave 8.

Her er et nytt ark med prikker helt likt forrige oppgave. Tegn inn rette streker mellom de tre punktene så du får en trekant. Kan du tegne speilbildet av denne trekanten? Forklar hvordan du gjør!	
--	---

Alt. 1 Korrekt eller tilnærmet korrekt svar: Eleven har speilet figuren om speilingslinjen slik at forhold og vinkler er bevart i speilbildet. Figurene er omtrent like langt fra speilingslinjen.	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Ved speiling skal ethvert punkt avbildes ved at en går vinkelrett inn til speilingslinja og fortsetter like langt på motsatt side. Dette gjelder ikke bare hjørnepunktene, men alle punkter avbildes slik, også hvert eneste punkt på sidene i trekanten. Se for øvrig alternativ 1 under punkt 7a!	<i>K: Vil du forklare hvordan du gjorde speilingen?</i> <i>Hvis eleven har speilet hjørnepunktene og så tegnet trekantsidene mellom i speilbildet, kan K spørre:</i> <i>Du har jo speilet de tre hjørnene, men kan vi være sikker på at hele trekanten er speilet?</i> <i>Og videre kan K peke på et vilkårlig punkt på en av sidene.</i> <i>Se på dette punktet som ligger her. Hvor finner vi speilbildet av dette punktet?</i> <i>Hvis vi gjør likedan for andre punkter, hvor kommer speilbildet av disse, kan du vise meg det?</i>

Alt. 2 Eleven parallellforskyver figuren i stedet for å speile den.	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven blander muligens begrepene speiling og parallellforskyving. Det kan også være at eleven har en oppfatning om at ved speiling skal det være «likt på begge sider». Det kan tenkes at eleven tegner slik selv om punktene i oppgave a ble speilet riktig. Vi bør undersøke nøyere om eleven forstår hovedprinsippene ved speiling og forsøke med å speile ett enkelt punkt.	<i>KL: Kan du forklare hvordan figuren forandrer seg når den blir speilet? Er det noe som ikke forandrer seg?</i> <i>Eventuelt kan KL prøve med:</i> <i>– Hvordan kan vi vite hvor langt unna speilingslinja speilbildene av hjørnene i trekanten skal være?</i> <i>– Kan du vise meg hvor speilbildet av dette punktet havner (Peke på et hjørnepunkt)? Forklar hvordan du tenker!</i> <i>– Kan du vise hvordan vi kan måle oss fram til hvor speilbildet skal være?</i> <i>KL kan også prøve med et konkret eksempel:</i> <i>– Hvis du ser inn i et speil og flytter fingeren din nærmere speilet, hva skjer med speilbildet av fingeren da?</i> <i>– Hvis det blå punktet er langt fra speilet mens det røde er ganske nær, hvilket av dem vil da være nærmest på den andre sida av speilet?</i>

Alt. 3

Eleven vet ikke hvordan speilingen skal utføres.

Eleven får ikke til å tegne noe av speilingen eller prøver med en vilkårlig trekant.



?

Teoretisk bakgrunn

For mange elever vil det gå greit å tegne speilbildet riktig helt intuitivt.

Det kan tenkes at fokus på måling av avstander og retninger kan forstyrre den intuitive strategien til eleven.

KL kan hjelpe eleven med å finne punkter i figuren som eleven klarer å speile. Ved å la eleven også speile noen vilkårlige punkter, kan støtten bidra til at eleven ser at en kontinuerlig figur kan speiles etter de samme prinsippene som for speiling av punkter.

Forslag til samtale

KL: Husker du hvordan vi spilte de tre punktene i den forrige oppgaven?

Er det noen punkter her som vi kan gjøre likedan med?

Hvis eleven nå klarer å speile hjørnepunktene riktig, kan KL spørre:

– Fint, hvor tror du speilbildet av sidene i trekanten kommer nå?

Eventuelt kan KL peke på et vilkårlig punkt på en av sidene.

– Se på dette punktet som ligger her. Hvor finner vi speilbildet av dette punktet?

La eleven målet seg fram til speilbildet på samme måte som for hjørnene.

KL: Hvis vi gjør likedan for andre punkter, hvor kommer speilbildet av disse, kan du vise meg det?

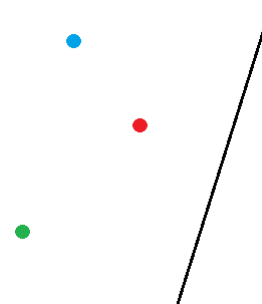
Oppgave 7c. Speiling om en skrå linje

Hvis eleven lyktes bra med oppgave b, kan en fortsette her. Hvis det ble for vanskelig, også med mye støtte, gå videre til oppgave 8.

Husk å ha vinkellinjalen klar som hjelpemiddel!

Her er en ny figur som også består av tre punkter med ulike farger. Disse punktene skal speiles om den svarte linja som er speilingslinja.

Tegn opp speilbildet av denne figuren!
Forklar hvordan du gjør!

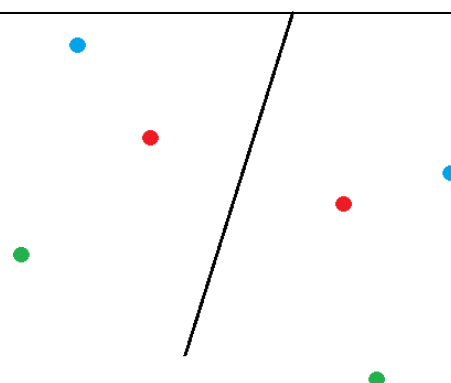


Alternative svar, oppgave 7c.

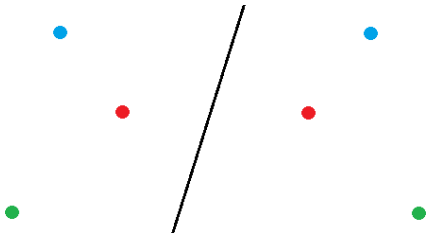
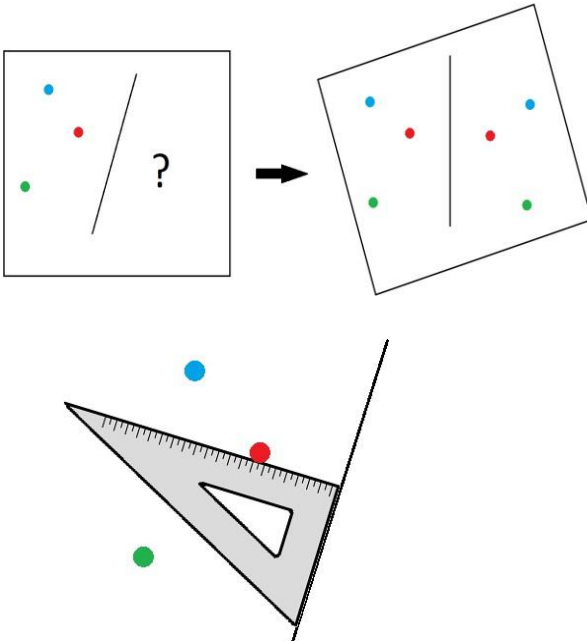
Alt. 1

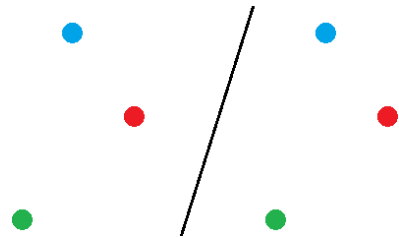
Korrekt eller tilnærmet korrekt svar

Eleven har speilet figuren om speilingslinjen slik at forhold og vinkler er bevart i speilbildet. Figurene er omtrent like langt fra speilingslinjen.



Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Ved speiling skal ethvert punkt avbildes ved at en går vinkelrett inn til speilingslinja og fortsetter like langt på motsatt side. Mange elever oppfatter dette som en vanskelig speilingsoppgave siden speilingslinja verken er horisontal eller vertikal. Det er også færre elever som gjør denne oppgaven intuitivt riktig enn for oppgave 7a.	<i>KL: Vil du forklare hvordan du gjorde speilingen?</i> <i>Momenter som bør være med er (i en eller annen form):</i> <i>1. Rett (vinkelrett) fra figuren inn til speilingslinja.</i> <i>2. Fortsett like langt på motsatt side i samme retning.</i> <i>Hvis ikke eleven klarer å sette ord på dette, kan KL vise og forklare at dette er gjort som ved rett svar i oppgave 7a:</i> <i>Gå fra en spiss eller et hjørne på opprinnelig figur og vis hvor speilbildet av akkurat dette punktet havner.</i>

Alt. 2 Speiling som om en vertikal linje Eleven speiler figuren om en tenkt speilingslinje parallell med den vertikale sidekanten på arket.	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Denne måten å speile på, kan skyldes at eleven er vant til at speilingslinja skal være loddrett. Dette kan blant annet skyldes at figurer ofte er plassert slik at de er parallelle med sidekantene i lærebøker. Ut fra erfaringer kan det tenkes at eleven overgeneraliserer og muligens er det dannet et feil-mønster. Det kan tenkes at eleven måler én avstand horisontalt inn til speilingslinja i stedet for vinkelrett. (Eleven kan ikke ha målt flere punkter i ulike høyder, da ville resultatet blitt annerledes) Mange elever synes det er vanskelig å forstå hvordan en kan gå vinkelrett inn til speilingslinja. Dette kan skyldes at når en starter fra et punkt i figuren, så kjenner en ikke retningen før en har nådd fram til speilingslinja! Alternativt kan en gå motsatt vei, men da risikerer en å bomme på det punktet en ønsker å måle fra.	<i>KL: Vil du forklare hvordan du gjorde speilingen?</i> <i>Dersom eleven synes det er vanskelig å gå vinkelrett inn til speilingslinja, kan KL hjelpe eleven ved å:</i> <i>Foreslå å dreie arket så speilingslinja blir vertikal. Da må de vinkelrette hjelpelinjene være horisontale. Hvis eleven klarer dette for et eller to punkter, kan han/ hun få snu arket tilbake og fortsette. (Se figur under.)</i> <i>eller</i> <i>Eleven kan få en vinkellinjal og føre 90-graderen med det ene vinkelbeinet langs linja til det andre vinkelbeinet treffer punkter som skal avbildes. (Se figur under.)</i>
<i>Elever som svarer med alt. 2 kan få hjelp:</i> <i>Ved å dreie arket slik at speilingslinja blir vertikal (evt. horisontal).</i> <i>Eller ved å bruke en vinkellinjal.</i> <i>(Se beskrivelser over, i forslag til samtale.)</i>	

Alt. 4 Eleven parallellforskyver i stedet for å speile Som regel blir dette gjort horisontalt, se figuren.	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven blander muligens begrepene speiling og parallellforskyving, eller plasseringen av punktgruppa som en slags helhet «speiles», men ikke hvert enkelt punkt. Eleven tar heller ikke hensyn til at speilingslinja er skrå. Eleven har tydelig en manglende forståelse av hva speiling er. Muligens forstår han/ hun at speilbildet er et bilde av originalen på motsatt side av speilinja. Men eleven har ikke fått med to sentrale ideer ved speiling: 1. At en må gå rett (vinkelrett) fra figuren inn til speilingslinja. 2. At en deretter må fortsette like langt på motsatt side i samme retning. Dermed blir bildet her bare en forflyttet versjon av originalen, og i praksis er figuren parallellforskjøvet og ikke speilet.	<i>KL: Vil du forklare hvordan du gjorde speilingen?</i> <i>KL kan gjøre tilsvarende beskrivelsen i oppgave 7a, alt. 2:</i> <i>Eventuelt kan KL prøve med:</i> – <i>Hvordan kan vi vite hvor langt unna speilingslinja speilbildene av punktene skal være?</i> – <i>Kan du vise meg hvor speilbildet av dette punktet havner (viser skisse av ett punkt og ei speilingslinje)? Forklar hvordan du tenker!</i> – <i>Kan du vise hvordan vi kan måle oss fram til hvor speilbildet skal være?</i> – <i>Har det noen betydning at speilingslinja står på skrå?</i> <i>Som en ekstra støtte, kan en gjerne først snu arket slik at speilingslinja blir loddrett (se figur under 7b, alt 2.)</i> <i>Ved å fortsette å speile flere punkter, vil det korrekte bilde etter hvert tre fram.</i> <i>Her kan KL eventuelt la eleven sjekke resultatet med en speilograf.</i>

Oppgave 8. Romoppfatning

Dette er en oppgave som omhandler romforståelse, og overgangen mellom 2- og 3-dimensjonale figurer. Erfaringer fra utprøvinger viser at det er stor sprik i prestasjonene hos elever her. Det ser også ut til at elevens alder spiller mindre rolle enn for mange andre av oppgavene. Denne oppgaven bør også sees i sammenheng med kognitiv kartlegging av spatial forståelse.

Hjelpemidler skal i utgangspunktet ikke benyttes, men en kan lage utklipp av figurene i papp og ha i beredskap dersom eleven står helt fast i b-oppgaven.

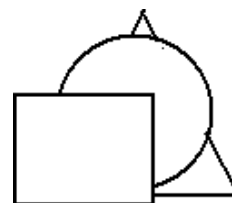
Oppgave 8a. Romoppfatning, tolking av tegning

I figuren her ser du tre figurer, en sirkel, en trekant og et rektangel.

Figurene er klippet ut og plassert bak hverandre.

Hvilken av figurene er plassert i midten (altså mellom de to andre), og hvilken er plassert bakerst.

Du kan godt få se på den forrige tegningen!



Alternative løsninger, oppgave 8a:

Alt 1. **Korrekt svar: Sirkelen er i midten og trekanten bakerst.**

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Momenter som påvirker i hvilken avstand fra oss gjenstander befinner seg: 1. Superposisjon/ overlapp: Når to objekter er vist slik at den ene overlapper den andre, oppfattes den som overlapper som nærmest. Dette momentet er det avgjørende i denne oppgaven. Dersom figurene ikke overlapper hverandre, har vi andre kriterier: 2. Relativ størrelse: Små objekter oppfattes som lenger borte, og større objekter som nære. I dette tilfelle er dette neppe av betydning da figurenes innbyrdes størrelser ikke er kjent. 3. Relativ høyde: De objektene som er plassert høyest, oppfattes gjerne som lengst borte. (En viss grad av fugleperspektiv.)	<i>Det er interessant å få kjennskap til hvilket eller hvilke momenter som er avgjørende når eleven skal bestemme figurenes plassering:</i> <i>KL: Forklar hvordan du kan se at sirkelen er i midten og trekanten bakerst!</i> <i>Andre Assisterende spørsmål kan være:</i> – Hvordan kan vi vite at noe er bak og noe foran? – Kan strekene på tegninga si oss noe? – Hva kan vi si om strekene til trekanten? Og til firkanten? <i>Her vil en kort beskrivelse basert på moment 1 (teoretisk bakgrunn, feltet til venstre) være nok til å gå videre.</i>

Alt 2. Eleven vet ikke, eller gjetter på andre svar enn det riktige.	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Manglende trening i å tolke todimensjonale bilder tredimensjonalt kan være medvirkende årsak til at eleven ikke klarer å se plasseringene. Det er mulig at figuren her kun tolkes som et todimensjonalt bilde, og at vår beskrivelse av trekant og sirkel ikke helt når fram.	<i>KL: Hvis noe av sirkelen er bak firkanten, kan vi se hele sirkelen da?</i> <i>Eller KL kan spørre:</i> - <i>Hva kan vi si om strekene til trekanten? Og til firkanten?</i> <i>Eller:</i> <i>Hvis dette (pek på firkanten) er ei kasse og denne (pek på sirkelen) er en ball, hva er bakerst av ballen og kassa?</i> <i>Dersom det fortsatt er vanskelig, kan KL bruke utklippede figurer og legge dem bak hverandre.</i>

Oppgave 8b. Romoppfatning, eleven tegner selv etter beskrivelsen

Gi denne oppgaven bare dersom eleven har fått til oppgave 8a, med eller uten støtte.

- b. Tegn de tre figurene, rektangelet, trekanten og sirkelen, slik at de er plassert bak hverandre, men slik at rekkefølgen blir **motsatt** av i forrige oppgave.

Hvis eleven er usikker på rekkefølgen, kan KL si:

Firkanten er lengst borte, sirkelen i midten og trekanten nærmest.

Alternative løsninger, oppgave 8b:

Alt 1.

Korrekt svar: Vi ser hele trekanten, sirkelen er dels skjult bak denne og rektangelet er dels skjult bak de to andre figurene. Eksempel er vist til høyre.

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Dette er en mer krevende oppgave enn 8a. Eleven må for det første forestille seg en situasjon som er verbalt beskrevet, og deretter gjengi denne ved å tegne opp.	<i>KL: Kan du forklare hvorfor det blir sånn?</i> <i>Og:</i> - Vil du forklare hvorfor du startet med å tegne <u>akkurat den</u> formen? - Spiller det noen rolle hvilken av de tre formene du tegner først?

Alt 2.

Eleven tegner de tre figurene oppå hverandre, men slik at alle er synlige (røntgenbilde).

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven fullfører tegningene av hver enkelt figur og plasserer dem oppå hverandre. Dette kan være en foreløpig hjelpetegning der noen streker senere skal viskes ut. Eller det er mulig eleven ser figurene i en rekkefølge for sitt indre uten å klare å uttrykke det på tegningen. Vi kan forenkle oppgaven noe og la eleven få tegne opp bare to av formene. Det kan også være til hjelp å stille opp formene bak hverandre.	<i>KL: Hvis noe av sirkelen er bak firkanten, kan vi se hele sirkelen da?</i> <i>Eller:</i> - Hvis dette (pek på firkanten) er ei kasse og denne (pek på sirkelen) er en ball, hva er bakerst av ballen og kassa? - Du kan først prøve å tegne to av formene. Kan du tegne trekanten bak firkanten? <i>Dersom det fortsatt er vanskelig, kan en bruke utklippede figurer og (helst la eleven selv!) stille dem bak hverandre.</i>

Alt 3. Eleven tegner de tre figurene på tilsvarende måte som de først var gitt (som til høyre).	
	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her er det forutsatt at eleven har fått til oppgave 8a (med eller uten støtte). Denne tegninga kan tyde på at mestring i oppgave a likevel ikke bunner i forståelse. Dette kan være en foreløpig tegning ment som et utgangspunkt, der noen streker senere skal viskes ut og andre tilføyes. Muligens strever eleven med å klare å se hvordan disse endringene skal gjøres. Vi kan forenkle oppgaven noe og la eleven få tegne opp bare to av formene. Det kan også være til hjelp å stille opp formene bak hverandre.	<i>KL: Har du tegnet ferdig slik det skal bli?</i> <i>Hvis ja kan KL henvise til oppgave 8a der firkanten er nærmest osv.: Denne gangen skal jo firkanten være lengst unna, bak de andre, tror du vi kan se den helt da?</i> <i>Hvis nei:</i> <i>KL: Hvis noe av firkanten er bak sirkelen, kan vi se hele firkanten da?</i> <i>Eller:</i> <i>– Hvis dette (pek på firkanten) er ei kasse og denne (pek på sirkelen) er en ball, hva er bakerst av ballen og kassa?</i> <i>– Du kan først prøve å tegne to av formene. Kan du tegne trekanten bak firkanten?</i> <i>Dersom det fortsatt er vanskelig, kan en bruke utklippede figurer og (helst la eleven selv!) stille dem bak hverandre.</i> <i>KL: Kan du tegne av de formene du har stilt opp nå?</i>

Alt 4. Eleven får ikke til å tegne noen figur.	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Overgangen mellom to- og tredimensjonale figurer er kanskje det området der flest elever har vansker i geometri (Olof Magne). Å uttrykke tredimensjonale figurer på (todimensjonale) tegninger er en viktig del av denne kompetansen. Vi kan forenkle oppgaven noe og la eleven få tegne opp bare to av formene. Det kan også være til hjelp å stille opp formene bak hverandre.	<i>KL: Hvilken rekkefølge skal de nå stå i, hva kommer nærmest?</i> <i>KL: Du kan først prøve å tegne to av formene. Kan du tegne trekanten bak firkanten?</i> <i>Dersom det fortsatt er vanskelig, kan en bruke utklippede figurer og (helst la eleven selv!) stille dem bak hverandre.</i> <i>KL: Kan du tegne av de formene du har stilt opp nå?</i>

Oppgave 9. Tolking av tekstoppgaver – matematisk modellering

KL: Her er noen tekstoppgaver der du skal finne ut hva slags regnestykke som skal til for å løse oppgaven. Det er nok at du skriver opp det regnestykket som passer, som for eksempel " $5 + 6$ ", " $3 \cdot 7$ " eller liknende. Du trenger ikke å regne ut svarene, men kan gjøre det hvis du har lyst!

KL beskriver en oppgave av gangen (og eleven får bare det tilsvarende oppgavearket), og arbeider seg helt ferdig med denne før han/ hun fortsetter med neste oppgave. Her står oppgavene samlet først for å gi en oversikt:

- a. Roy har 3 tyggegummipakker med 6 tyggegummier i hver pakke. Hvor mange tyggegummier har han til sammen?
- b. Jørgen kjøper 6 kg poteter. De koster 8 kr pr. kg. Hvor mye må Jørgen betale til sammen for potetene?
- c. Eirik har 16 fotballkort, det er 5 flere enn det Trygve har. Hvor mange kort har Trygve?
- d. Jonas har et tau som er 7 meter langt og et annet tau som er 2 meter kortere. Hvor mange meter med tau har Jonas?
- e. Line skal kle på seg bukse og genser. Dette kan hun gjøre på flere forskjellige måter. Hun har 4 forskjellige bukser og 3 forskjellige gensere. Hvor mange forskjellige måter kan hun kle på seg på da?
- f. Joar teller pengene sine. I den ene lomma finner han 6 kronestykker, i den andre 5 tiere. Hvor mye blir det til sammen?
- g. Mari har 50 kroner. Hun kjøper to is som hver koster 12 kroner. mye har hun igjen?

Alternative svar, oppgave 9a

Alt. 1 Korrekte svar som leder til resultatet 18	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Hovedtyper av riktige løsninger: a. $3 \cdot 6 = 18$. Eleven har løst oppgaven ved hjelp av multiplikasjon. b. $6 + 6 + 6 = 18$. Eleven har løst oppgaven ved hjelp av gjentatt addisjon. c. Noen elever ser svaret uten å se at det er 3 grupper med 6. På spørsmål om å sette dette opp som gangestykke, kan svar som $9 \cdot 2$ forekomme. d. Tegner 3 pakker tyggegummi med 6 tyggegummier i hver pakke, man kan tydelig identifisere pakkene og tyggegummiene (for eksempel 3 rektangler delt inn i 6 ruter hver).	<i>Hvis eleven viser framgangsmåten, hopp over første spørsmål. Hvis eleven ikke viser framgangsmåten:</i> <i>KL: Kan vise hvordan du fant dette svaret?</i> <i>For brukt metode a og c kan KL spørre:</i> <i>Vet du om en annen måte å sette det opp på? Kan du skrive dette som et gangestykke?</i>

Alt. 2 Tegning, men ufullstendig svar	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven kan ha uklare forestillinger om multiplikasjon, men klarer konkret å uttrykke situasjonen.	<i>Eleven har tegnet 3 pakker tyggegummi med 6 tyggegummier i hver, men uten å uttrykke muntlig eller skriftlig at det er 18.</i> <i>K: Har du funnet ut hvor mange tyggegummier det er?</i> <i>Hvis ja:</i> <i>KL: Har du telt dem eller kanskje regnet det ut. Kan du vise meg?</i> <i>Hvis telt:</i> <i>KL: Går det an å regne det ut også? Vil du prøve det?</i>

Alt. 3 Valgt feil regneart, for eksempel $6 + 3$	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven kan ha uklare forestillinger om multiplikasjon. Mange elever velger regneart ut fra egne strategier. Ut fra tallverdiene de finner i teksten, prøver de gjerne med en regneart, for eksempel addisjon. I dette tilfellet er dette mest sannsynlig: Eleven har summert antall pakker med antall tyggegummier pr. pakke: Skriver, $6 + 3 = 9$, $6 \cdot 3 = 9$ eller skriver bare svaret.	<i>KL: Vil du forklare hvorfor det blir slik?</i> <i>KL kan utfordre med å beskrive en situasjon som passer til elevens forslag, for eksempel:</i> - <i>Kameraten til Roy, Ole, har en pakke med 6 og en som det er igjen 3 i. Hvor mange har Ole?</i> - <i>Har Ole og Roy like mange?</i> <i>KL kan også få eleven til å tegne opp:</i> - <i>Kan du tegne opp Roys tyggegummier?</i> - <i>Kan du tegne Oles også?</i>

Alt. 4 Eleven uttrykker ikke noe svar	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven behersker ikke multiplikasjonsbegrepet (det kan godt være at eleven kan regne oppstilte multiplikasjonsstykker likevel). Her er utfordringen å hjelpe eleven i gang og ut fra det finne ut hvordan eleven tenker.	<i>KL: Kanskje du kan prøve å tegne opp tyggegummipakkene?</i> <i>Dersom eleven tegner 3 pakker tyggegummi med 6 tyggegummier i hver:</i> <i>KL: Ser du hvor mange? Hvordan finner du antallet?</i> <i>Hvis eleven teller opp:</i> <i>KL: Kan vi regne det ut også?</i> <i>Hvis eleven løser oppgaven ved hjelp av gjentatt addisjon, $6 + 6 + 6 = 18$:</i> <i>KL: Vet du om en annen måte å sette det opp på? Kan du skrive dette som et gangestykke?</i>

Alternative svar, oppgave 9b

Alt. 1 Korrekt svar, $6 \cdot 8$ eller $8 \cdot 6$	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her skal eleven multiplisere, $6 \cdot 8$ eller $8 \cdot 6$, eventuelt addere sammen 8 kroner 6 ganger. Den multiplikative strukturen er slik at en lett kan se at her har vi gjentatt addisjon: $(8kr + 8kr + 8kr + 8kr + 8kr + 8kr)$ som mange elever kjenner igjen.	<i>Vil du forklare for meg hvorfor det blir slik?</i> <i>Hvis det er vanskelig for eleven, kan vi gjerne oppmuntre til å tegne.</i> <i>KL: Vil du tegne opp en pose med poteter som koster 8 kr? Hvor mange poser er det?</i> <i>Når eleven har tegnet:</i> <i>KL: Kan du skrive på hva hver enkelt koster? Kan du nå vise hvordan du tenkte?</i>

Alt. 2 Svar som $6 + 8$, $8 + 6$ eller $8 - 6$	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Dersom eleven tror at dette er addisjon eller subtraksjon av de to gitte tallverdiene, kan det skyldes bruk av egne strategier basert på misoppfatninger. Det er viktig å få kartlagt hva slags type misoppfatning det kan være. Eksempler: - Når teksten inneholder to tall, så prøver jeg å legge dem sammen. - Når teksten inneholder to tall som er omtrent jevnstore, er det som regel subtraksjon. - Når det minste av de to omtrent jevnstore tallene står først, går det ikke å trekke fra. Da er det addisjon. - Språket i teksten, "<i>til sammen</i>", gir assosiasjoner til en bestemt regnearter. Jeg skal finne ut hvor mye han skal betale til sammen, da må jeg legge sammen.	<i>La eleven forklare tenkemåten uansett svar. Ved feilsvar som addisjon, vil eleven fort få problemer med å legge sammen potetmengder med kroner:</i> <i>KL: Vil du tegne opp seks kilosposer med poteter?</i> <i>Når eleven har tegnet:</i> <i>KL: Kan du skrive på / tegne opp hva hver enkelt koster? Hvor mye koster alle potetene?</i> <i>Hvis eleven ikke ser at en kan gange, men bruker gjentatt addisjon:</i> <i>KL: Hvor mange ganger tar du 8 kroner? Kan du si det som et regnestykke?</i>

Alternative svar, oppgave 9c

Alt. 1 Rett svar, 16 - 5	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Dette er en additiv sammenlikningsstruktur. I en slik struktur er det ingenting som fjernes eller legges til, og noen elever kjenner da ikke igjen addisjon/ subtraksjon i konteksten. I denne sammenlikningsstrukturen har vi en undergruppe der den største av mengdene og forskjellen er kjent, mens den minste mengden er ukjent. Dette oppleves gjerne som en enkel variant av sammenlikningsstrukturen.	<i>Hvis eleven svarer rett:</i> <i>KL: Kan du forklare hvorfor det blir slik?</i> <i>Og:</i> <i>Noen elever tror at det blir 16 + 5. Hvorfor tror du de svarer sånn?</i>

Alt. 2 Eleven svarer 16 + 5	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Dette er en additiv sammenlikningsstruktur, se nærmere beskrivelse under svaralternativ 1. Dersom eleven ikke ser at dette er subtraksjon, kan det skyldes at han/ hun forbinder addisjon bare med en annen additiv struktur, for eksempel tilføyning/ endring: "Har 16 og gir bort 5 ...". Det kan også hende at eleven tolker dette som addisjon ut fra at "flere enn" assosieres med noe som blir større, altså addisjon.	<i>KL: Kan du forklare hvorfor det blir slik?</i> <i>Og videre:</i> <i>Hvem er det som har flest fotballkort, Eirik eller Trygve?</i> <i>Dersom det er vanskelig for eleven å forstå at dette er subtraksjon:</i> <i>KL: Kan du tegne opp hvor mange kort hver av dem har?</i> <i>Eventuelt hjelp eleven i gang med å tegne.</i>

Alternative svar, oppgave 9 d

Alt. 1 Korrekt svar, $7 + 5$ (og $7 - 2$)	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Det er flere ting som kan gjøre denne oppgaven vanskelig: - Eleven må først finne ett regnestykke før han/ hun kan identifisere det andre. - De to stykkene har to ulike strukturer, disse strukturene er for matematikksvake ofte vanskelige å gjenkjenne. Dette er addisjon $7 + 5$, men eleven må først finne den andre addenden, 5 meter ved subtraksjon ($7 - 2$). Den additive strukturen for $7 + 5$ kan kalles kombinerings. To størrelser slås sammen, ingen ting tilføyes. Resultatet (summen) er ukjent, men også den ene av de to utgangsstørrelsene må beregnes først. For $7 - 2$ er den additive strukturen sammenlikning, der korteste størrelse er ukjent.	<i>KL: Vil du forklare for meg hvorfor det blir slik?</i> <i>Hvis det er vanskelig for eleven, kan vi gjerne oppmuntre til å tegne.</i> <i>KL: Kan du tegne tauene? Hvordan fant du lengden av det andre?</i>

Alt. 2 Tilnærmet korrekt svar, $7 + \text{noe}$, for eksempel $7 + 2$	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Dette er addisjon $7 + 5$, men eleven må først finne den andre addenden, 5 meter ved subtraksjon ($7 - 2$). Den additive strukturen her kan kalles kombinerings. To størrelser slås sammen, ingen ting tilføyes. Resultatet (summen) er ukjent, men også den ene av de to utgangsstørrelsene må beregnes først. Det er mulig eleven forstår at å kombinere to størrelser vil gi addisjon. Men det er også mulig (spesielt ved svaret $7 + 2$) at teksten leses uten forståelse og at eleven "trikser" sammen et regnestykke ut fra de to tallsymbolene som finnes.	<i>KL: Det er rett at du skal legge sammen. Vil du forklare for meg hvorfor det blir slik?</i> <i>Noen ledende spørsmål kan være:</i> - <i>Hvor mange tau har Jonas?</i> - <i>Hvor langt er det andre tauet?</i> - <i>Hvor mye kortere er det?</i> - <i>Hvor lange blir de til sammen?</i> <i>Eventuelt:</i> - <i>Kan du tegne tauene?</i> - <i>Hvordan fant du lengden av det andre?</i>

Alt. 3 Eleven svarer 7 - 2	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Noen mulige årsaker: • Det kan bety at eleven misforstår oppgaven og tror en skal finne lengden av det andre tauet. • Det kan være tallmanipulasjon uten forståelse. En årsak kan være at ordet "kortere" fra teksten gir assosiasjoner til at noe skal bli mindre, altså subtraksjon.	<i>KL: Vil du forklare hvordan du kom fram til dette?</i> <i>En misforståelse av oppgaven vil raskt bli oppklart. Men hvis eleven gjetter seg til svaret, kan vi oppfordre:</i> <i>KL: Prøv å tegne opp tauene når de er dradd ut i full lengde!</i> <i>Eventuelt hjelp eleven i gang med å tegne.</i>

Alt. 4 Eleven svarer 7 - 5	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Det kan se ut som om eleven har funnet den andre taulengden. Deretter har det blitt subtraksjon i stedet for addisjon. Dette kan skyldes: • Mangel på konsentrasjon, eleven trakk først fra for å finne 5, og brukte minus i stedet for pluss også i neste operasjon. • Tallmanipulasjon uten forståelse. En årsak kan være at ordet "kortere" fra teksten gir assosiasjoner til at noe skal bli mindre, altså subtraksjon.	<i>KL: Vil du forklare hvordan du kom fram til dette?</i> <i>En misforståelse av oppgaven vil raskt bli oppklart. Men hvis eleven gjetter seg til svaret, kan vi oppfordre:</i> <i>KL: Prøv å tegne opp tauene når de er dradd ut i full lengde!</i> <i>Eventuelt hjelp eleven i gang med å tegne.</i>

Alternative svar, oppgave 9e

Alt. 1 Korrekt svar, $4 \cdot 3$ eller $3 \cdot 4$	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her skal eleven multiplisere, $4 \cdot 3$ eller $3 \cdot 4$. Hvis eleven ikke ser at dette er multiplikasjon, kan det skyldes ensidige erfaringer med at multiplikasjon kan løses ved gjentatt addisjon. Her passer ikke gjentatt addisjon inn, men derimot kombinatorikk. Mange elever finner denne multiplikative strukturen vanskelig. Det kan være mulig at eleven har glettet seg til rett svar.	<i>KL: Vil du forklare for meg hvorfor det blir slik?</i> <i>Hvis det er vanskelig for eleven å forklare, kan vi gjerne oppmuntre til å tegne. Prøv å unngå alt for detaljerte tegninger!</i> <i>KL: Kan du tegne opp hva Line kan ha på seg?</i> <i>Eventuelt hjelp eleven i gang med å tegne ved å strukturere tegningen.</i>

Alt. 2 Eleven svarer $4 + 3$ eller $3 + 4$	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Hvis eleven ikke ser at dette er multiplikasjon, kan det skyldes erfaringer der eleven har opplevd at multiplikasjon alltid kan løses ved gjentatt addisjon, og nå ikke får til å bruke en slik struktur. Dersom eleven tror at dette er addisjon, kan det skyldes bruk av egne strategier basert på misoppfatninger. Det er viktig å få kartlagt hva slags type misoppfatning det kan være. Eksempler: - Når teksten inneholder to tall, så prøver jeg å legge dem sammen. - Intuitivt: Det må bli mer enn fire og fem, da må jeg legge sammen. - Multiplikasjon (gjentatt addisjon) oppfattes som "omtrent det samme som addisjon".	<i>K: Vil du forklare for meg hvorfor du gjør det slik?</i> <i>Hvis det er vanskelig for eleven, kan vi gjerne oppmuntre til å tegne. Prøv å unngå alt for detaljerte tegninger, hvis det er viktig å skille mellom plaggene, kan de for eksempel varieres ved farger.</i> <i>KL: Kan du tegne opp hva Line kan ha på seg?</i> <i>Og kanskje:</i> <i>– Kan du tegne alle buksene og genserne hun kan velge mellom?</i> <i>Hvis eleven ikke kommer videre, kan KL spørre:</i> <i>– Hvis hun velger å ta på denne buksa (pek!), hvor mange måter kunne hun kledd på seg med de tre genserne da?</i> <i>– Og hvor mange måter med denne (pek på en annen bukse)?</i> <i>Og eventuelt:</i> <i>– Hvor mange måter med de to buksene? Osv.</i>

Alternative svar, oppgave 9 f

Alt. 1 Korrekte svar som $6 + 5 \cdot 10$, $5 \cdot 10 + 6$, eller $5 \cdot 10 = 50$ og $50 + 6 = 56$	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Mange elever finner det vanskelig å løse oppstilte oppgaver av denne typen fordi de ikke behersker konvensjonen om regnerekkefølge. Gjennom en praktisk innfallsvinkel, kan muligens oppstillingene gi mening. Hvis eleven mestrer denne oppgaven, tyder det på at plassverdisystemet er forstått.	<i>KL: Kan du forklare hvorfor det blir sånn?</i> <i>Dersom eleven har svart $5 \cdot 10 + 6$ og forklart riktig, kan vi si:</i> <i>Hva med $6 + 5 \cdot 10$, er det også riktig?</i> <i>Her kan KL konkretisere eller tegne opp myntene. Samle dem i to hauger, tiere og enere.</i> <i>KL: Når vi legger disse sammen, blir det like mye eller forskjellige om vi tar den ene eller den andre først?</i>

Alt. 2 Eleven svarer korrekt, men mer tungvint: $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 6$	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Mange elever finner det vanskelig å løse oppstilte oppgaver av denne typen fordi de ikke behersker konvensjonen om regnerekkefølge. Dette svaret er likevel et skritt på vei mot det vi ønsker å komme fram til. Slik oppgaven er gitt, må vi kunne si at svaret er riktig, men vi ønsker å arbeide videre slik at gjentatt addisjon erstattes av multiplikasjon.	<i>KL: Fint, kan du forklare hvordan du har tenkt?</i> <i>Vi ønsker helst et mer forenklet uttrykk, det er jo mer praktisk særlig hvis tallene blir store.</i> <i>KL: Vi kan også skrive regnestykket kortere. Hvor mange ganger tar du 10 kroner? Kan du si <u>det</u> som et regnestykke?</i> <i>Og etter hvert:</i> <i>KL: Og så har han jo seks kroner i tillegg. Hvordan blir hele regnestykket da?</i> <i>Hvis dette blir vanskelig, kan vi konkretisere eller tegne 5 tiere og 6 en kroner.</i>

Alt. 3 Eleven svarer mindre formelt som: "5 tiere og 6 enere, det blir 56"	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Selv om dette ikke er et oppsatt regnestykke, tyder et sånt svar på at eleven har en viss forståelse av plassverdisystemet: Noen elever oppfatter ikke at en tikrone er det samme som ti enkrone, men bare at den ene har høy og den andre lavere verdi.	<i>Prøv å få eleven til å forklare. Ved å konkretisere eller tegne opp, kan vi prøve å konstruere et regnestykke:</i> <i>Samle myntene i to hauger, tiere og enere.</i> <i>KL: Kan du skrive hvor mye det er i hver? Hvordan kan vi legge dem sammen?</i>

Alt. 4 Andre svar som: 6 + 5 eller 5 + 6, ikke noe svar, f.eks. "det er jo ikke noe regnestykke"	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Svar 6 + 5: Eleven regner ut antall mynter. Trolig vil bare få elever svare slik, da pengekontekster oppleves meningsfulle for mange. Det kan være at eleven misforstår oppgaven eller at eleven ikke har forståelse av sammenhengen mellom de forskjellige myntenes verdi.	<i>KL kan forsøke med konkretisering. Bruk gjerne ekte mynter som eleven kan veksle om, eller la eleven tegne:</i> <i>KL: Prøv med (å tegne opp) myntene. Går det an å legge dem sammen på noen måte?</i> <i>Og etter hvert:</i> <i>KL: Kanskje vi kan veksle tierne, så vi får bare kronestykker (pass likevel på å samle i tierbunker, så vi ikke ender opp med ren telling!)</i>

Alternative svar, oppgave 9g

Alt. 1 Korrekte eller tilnærmet korrekte svar som vil lede mot resultatet 26 kroner	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her prøves eleven både i forståelse for å forstå situasjonen og bruk av riktig regneart og det mer ferdighetsmessige å løse et regnestykke. Noen mulige måter (kan også være oppstilt under hverandre): 1. $50 - 12 - 12 = 26$, hver is trekkes fra Kostnaden for is trekkes samlet fra: 2. $12 + 12 = 24$ og $50 - 24 = 26$ 3. $50 - 24 = 26$ (addisjonsdelen i hodet) 4. Svart 26, uten å vise utregning. 5. Skriver $24 + 26 = 50$, uten å markere hva som er svaret.	For de tre første tilfellene er tankegangen ganske tydelig vist. Her kan KL be om en kort forklaring, og gå videre til neste oppgave. Ved svar som i nr 4, kan vi spørre: KL: Vil du forklare meg hvordan du gjorde det? Og ved svar som nr 5: KL: Hvor mye har Mari igjen, da? Hvis eleven kan si det, spør: Kan du forklare meg hvordan du tenker her? Hvis eleven <u>ikke</u> kan si det, gi hint som: Hvor kommer tallet 24 fra, er det det hun betaler eller er det det hun har igjen?

Alt. 2 Eleven får svaret 34 kroner, for eksempel av feilregning med rett regnestykke	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her er det sannsynlig at eleven har regnet $50 - 24 = 34$. Eleven har da regnet "største siffer minus minste siffer" for både enere og tiere ($4 - 0 = 4$ enere, $5 - 2 = 3$ tiere). Dette er en strategi mange elever bruker ved den formelle oppstillingen der 50 står over 24 og svaret skal komme under streken. Årsaken kan være en overgeneralisering av en strategi som brukes ved subtraksjon uten veksling (Da står alltid det største sifferet øverst!)	KL: Kan du forklare hvordan du har regnet? Og videre: Hvis hver is hadde kostet bare 10 kroner, hvor mye ville Mari hatt igjen da? Den samme strategien vil nå gi $50 - 20 = 30$. KL: Kan det stemme at du har mer penger igjen når isen er dyrere? Hvis eleven fortsatt synes dette blir vanskelig å se, kan KL foreslå at vi lar Mari betale i to avdrag, først 20 kr, så de 4 siste. Om nødvendig kan vi gjøre dette med mynter, fem tiere der den ene må veksles inn i kronestykker.

Alt. 3

Eleven får svaret 38 kroner, av for eksempel 50 - 12

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her har eleven sannsynligvis regnet $50 - 12 = 38$ Altså riktig regnet, men galt oppsatt regnestykke. Mulige tolkninger: • Eleven har lest feil eller misforstått oppgaven (tror at to is koster 12 kroner til sammen). • Eleven leser bare tallene i oppgaven. • Eleven klarer ikke å gjennomføre en utregning med gjentatt subtraksjon.	<i>KL: Vil du forklare meg hvordan du gjorde det?</i> <i>Dette vil sannsynligvis gi oss informasjon om en av de tre mulighetene til venstre. Et naturlig oppfølgingsspørsmål:</i> <i>KL: Mari kjøpte to is, hver av dem kostet 12 kroner. Hvor mye koster de til sammen?</i> <i>Her må en kanskje hjelpe eleven fram til 24 kroner. Eller eleven ser kanskje sammenhengen og løser hele oppgaven, da går vi videre til neste oppgave. Hvis ikke eleven kommer videre etter å ha funnet at isene koster 24 kroner:</i> <i>KL: Mari har altså 50 kroner og skal betale 24 kroner. Hvordan kan vi da finne ut hvor mye hun har igjen?</i> <i>Dersom eleven klarte å regne $50 - 12$ riktig, vil sannsynligvis $50 - 24$ også gå bra. Eventuelt kan KL støtte eleven med å definere regnestykket og løsingen av det.</i>

Alt. 4 Eleven regner $50 - 12 = 42$.	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her er det to ting som går galt: a. For det første har eleven satt opp galt regnestykke (se også alt. 3), mulige feiltolkninger: • Eleven har lest feil eller misforstått oppgaven (tror at to is koster 12 kroner til sammen). • Eleven leser bare tallene i oppgaven. • Eleven klarer ikke å gjennomføre en utregning med gjentatt subtraksjon. b. I tillegg har eleven regnet "største siffer minus minste siffer" for både enere og tiere ($2 - 0 = 2$ enere, $5 - 1 = 4$ tiere). Dette er en strategi mange elever bruker, se alt. 3. Det er naturlig å finne fram til riktig utgangspunkt først, altså regnestykket $50 - 24 =$ Dersom regnemåten i pkt. 2 representerer et feilmønster, vil vi uansett komme tilbake til dette også med riktig regnestykke.	<i>KL: Vil du forklare meg hvordan du gjorde det?</i> <i>Dette vil sannsynligvis gi oss informasjon om en av de tre mulighetene over. Et naturlig oppfølgingsspørsmål:</i> <i>KL: Mari kjøpte to is, hver av dem kostet 12 kroner. Hvor mye koster de til sammen?</i> <i>Her må KL kanskje hjelpe eleven fram til 24 kroner. Eller eleven ser kanskje sammenhengen og løser hele oppgaven, da går vi videre til neste oppgave. Hvis ikke eleven kommer videre etter å ha funnet at isene koster 24 kroner:</i> <i>KL: Mari har altså 50 kroner og skal betale 24 kroner. Hvordan kan vi da finne ut hvor mye hun har igjen?</i> <i>Så kan eleven få regne ut på nytt med de riktige tallene. Dersom eleven regner systematisk feil, vil han/ hun trolig skrive:</i> $50 - 24 = 34.$ Se videre framgangsmåte under alt. 2

Oppgave 10. Hoderegningsstrategier. Addisjon og subtraksjon

HJELPEMIDLER OPPGAVE 10:

I utgangspunktet skal eleven løse oppgaven uten at vi tilfører hjelpemidler. Mange vil ha nytte av å telle på fingrene, og de kan naturligvis også brukes!

Dersom eleven likevel sliter med å få til oppgavene i hodet, selv med støtte gjennom dialog, bør KL ha et blankt ark og en blyant i beredskap. Ha også gjerne noen konkrete som kan danne mengder (alt fra klosser til mynter eller blyanter – men ensartede gjenstander).

Oppgave 10. Enkel addisjon og subtraksjon

10a.

Eleven får her noen åpne oppgaver for å vise noe han eller hun mestrer. Men først får eleven fortelle litt om hva slags regnestykker som er lette eller vanskelige. Denne oppgaven er ment å inneholde addisjon og subtraksjon, men dersom eleven selv velger stykker fra de andre regneartene, tar vi det med som interessant informasjon!

KL: Er det noen tall du synes er lette å regne med? Er det noen som ikke er så lette?

KL: Kan du si noen regnestykker som du får til? Du kan begynne med noen stykker der du legger sammen tall.

La eleven få si fram og løse mellom fem og ti addisjonsstykker hvis det er mulig å få til. Så kan vi gå over til subtraksjon.

KL: Kan du ta noen stykker der du trekker fra også?

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Her er det interessant om eleven har noen innsikt i egen kunnskap. Vi kan også få vite om noen regnestykker er automatisert. Hva slags type oppgaver finner eleven enkle, er det for eksempel addisjonsstykker der en addend er liten, er det stykker der addendene er like eller stykker der tiere fylles opp? Vi kan se etter tilsvarende sammenhenger også for subtraksjon. Mange av elevene som sliter i matematikk strever med tabellene og opplever å mislykkes. Det er fint om eleven opplever at han/ hun mestrer noen oppgaver her!	<i>Hvis eleven sliter, kan KL foreslå: Kan du si et regnestykke som blir fire?</i> <i>Fem og en til, hva blir det?</i> <i>Eller to like: To og to? Tre og tre? osv.</i> <i>Fire ta bort en?</i> <i>Åtte ta bort fire?</i>

10 b.

Her får eleven også en ganske åpen oppgave. Det finnes jo uendelig mange regnestykker som gir svaret 7! Noen av disse er enkle, andre vanskeligere og en kan også lage svært kompliserte regnestykker. Ved disse åpne oppgavene prøver vi å få fokus bort fra "finn rett svar" over på prosessen. Også denne oppgaven er ment å inneholde addisjon og subtraksjon, men dersom eleven selv velger stykker fra de andre regneartene, tar vi det med som interessant informasjon!

KL: Lag noen regnestykker der svaret blir 7!

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Se under 10 a.	<i>Hvis eleven sliter, er det ulike spørsmål som kan være aktuelle for KL å stille:</i> – <i>Går det an å lage flere forskjellige?</i> – <i>Hva hvis du har 6, hvor mye må du legge til da?</i> – <i>Enn hvis du har 5? Eller 8?</i> – <i>KL kan også etter hvert spørre:</i> – <i>Går det an å ha stykker med mer enn to tall?</i> – <i>Hva hvis du har $2+3$, hvor mye mer må du legge til da?</i> – <i>Går det an å lage et stykke som har både pluss og minus?</i>

Oppgave 10 fortsetter

Gjennomføring av kartlegging:

Hver deloppgave i oppgave nr. 10 gis muntlig til eleven. Gi bare en oppgave av gangen!

KL: Du skal få noen oppgaver som du skal regne i hodet, uten å bruke papir og blyant. Forklar eller vis hvordan du tenker og hva du gjør:

c. $5 + 3 =$	d. $2 + 5 =$	e. $3 + 4 =$
--------------	--------------	--------------

Alternative framgangsmåter, oppgave 10, c – f.

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale/ observasjon
Her ønsker vi å finne ut om eleven har automatisert deler av den lille addisjonstabell. Der automatiseringa er svak eller ikke har funnet sted, er det interessant å se hva slags strategi og eventuelle hjelpemidler eleven bruker. Eksempler på strategiske hjelpemidler er fingertelling, bruk av konkreter, eller blyantskisseringer. Noen tellestrategier kan være (for $2 + 5$ som eksempel): 1. <u>Telle alt</u>: Teller "1 – 2" på en hånd og fortsetter med "3 – 4 – 5 – 6 – 7", ofte på den andre hånda. 2. <u>Telle videre</u>: Eleven teller videre fra den første addenden, her 2: "3 – 4 – 5 – 6 – 7" 3. <u>Minimumsstrategien</u>: Eleven snur addendene for å telle minst mulig, teller så videre fra 5: "6 – 7" En annen strategi er: 4. <u>Tvillingstrategien</u>: Eleven klar fordoblinger som $2 + 2$ og $3 + 3$. Andre oppgaver knyttes til slike, som $3 + 4$: "$3 + 3$ er 6 og en til blir 7" For beskrivelse av flere strategier, se for eksempel Snorre Ostad (2008)	<u>Automatisert</u>: Dersom eleven har automatisert, kan en raskt gå videre til de neste oppgavene. <u>Fingertelling (eller liknende)</u>: Teller eleven på fingrene? Prøv å se på hvilken måte. Hvis det er vanskelig, kan KL spørre: Kan du vise meg igjen hvordan du regnet $2 + 5$? <u>Får ikke til</u>: Hvis eleven ikke teller og heller ikke klarer å løse oppgavene, eller gjetter på svarene, kan KL oppfordre til fingertelling, tilby konkreter eller spørre om eleven vil prøve med papir og blyant. KL: Kan du nå vise meg regnestykket? Dersom eleven har store problemer med å løse oppgavene i hodet, kan KL oppmuntre til å tegne opp eller tilby eleven noen konkrete hjelpemidler å telle opp. KL: Kan du vise meg regnestykket med disse myntene?

Oppgave 10 f – h. Addisjon og subtraksjon med tierovergang

Gis bare dersom eleven har fått til en av oppgavene a - c, med eller uten hjelp.

Gjennomføring av kartlegging:

Også disse oppgavene skal i utgangspunktet løses med hoderegning, men vi bør fortsatt ha noen hjelpemidler tilgjengelig (se over). **Gi bare en oppgave av gangen!**

KL: Regn ut denne oppgaven uten å bruke papir og blyant. Forklar eller vis hvordan du tenker og hva du gjør:

f. $7 + 6 =$

g. $17 + 6 =$

h. $13 - 7 =$

Alternative framgangsmåter, oppgave 10 f, $7 + 6$

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale/ observasjon
Hvis eleven ikke har automatisert, er det mulig å telle på fingrene med strategi nr 2 (Telle videre) og 3 (Minimumsstrategien), se teori-bakgrunn for oppgave a-c. Den første strategien er også mulig, men siden det ikke er nok fingre, krever det at eleven har god oversikt. Eleven kan også bruke tvillingstrategien. Både denne og fingertelling kan brukes uten å forstå plassverdisystemet. En fjerde strategi er å fylle opp tieren: "7 og 3 er 10, da har jeg 3 til igjen, det blir 13."	<i>Dersom eleven bare oppgir rett svar:</i> KL: Vil du forklare hvordan du fant svaret? Gå så videre til oppgave e. <i>Hvis eleven teller på fingrene: Merk strategien.</i> <i>Hvis eleven ikke får til, gjetter eller stopper opp:</i> KL: Du har 7, hvor mange trenger du for å få 10? Hvor mange du har igjen av de 6? Osv. <i>Hvis dette heller ikke lykkes:</i> KL: Du kan få prøve med papir og blyant, eller kanskje du heller vil ha disse (legg fram konkreter som beskrevet i innledningen). <i>Hvis eleven nå lykkes, merk og noter ned strategien. Hvis ikke, hjelp med konkreter, om nødvendig kan eleven telle hver mengde og til slutt alt.</i>

Alternative framgangsmåter, oppgave 10 g, 17 + 6

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale/ observasjon
Gi bare denne oppgaven dersom eleven har fått til oppgave d), med eller uten hjelp. Her vil vi finne ut om eleven ser sammenhengen mellom oppgave d) og e): Hvis $7 + 6$ er kjent, ser eleven da et mønster, eller må han/ hun telle?	<i>Dersom eleven bare oppgir rett svar:</i> <i>KL: Vil du forklare hvordan du gjorde det?</i> <i>Forklaringen vil sannsynligvis røpe om eleven har innsikt eller må telle. Dersom eleven igjen må telle, kan KL spørre:</i> <i>Siden du vet at $7 + 6$ blir 13, kan du bruke det til å finne hvor mye $17 + 6$ er? Flere ledespørsmål kan være:</i> - Hvor mye mer er 17 enn 7? - Hvor mye mer er da $17 + 6$ enn $7 + 6$?

Alternative framgangsmåter, oppgave 10 h, 13 – 7

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale/ observasjon
Gi bare denne oppgaven dersom eleven har fått til oppgave d), med eller uten hjelp. Her vil vi finne ut om eleven ser sammenhengen mellom oppgave addisjon og subtraksjon. Hvis eleven behersker $7 + 6$, ser eleven da at det er mulig å benytte denne kunnskapen når en skal gå motsatt vei, eller må han/ hun regne på nytt fra grunnen av, evt. telle?	<i>Dersom eleven bare oppgir rett svar: KL: Vil du forklare hvordan du gjorde det?</i> <i>Forklaringen vil sannsynligvis røpe om eleven har innsikt eller må telle. Dersom eleven igjen må telle, kan KL spørre:</i> <i>Siden du vet at $7 + 6$ blir 13, kan du bruke det til å finne hvor mye $13 - 7$ er? Flere ledespørsmål kan være:</i> <i>- I stedet la du sammen 7 og 6 og fikk 13. Nå har du 13 og skal ta bort 7 igjen. Hvor mye har du igjen da?</i>

Oppgave 10 i og j. Å se sammenhenger og bruke dette strategisk

Også disse oppgavene skal i utgangspunktet løses med hoderegning, men vi bør fortsatt ha de samme hjelpemidler som beskrevet over tilgjengelig.

Gi bare en oppgave av gangen, og gi oppgave h bare dersom eleven får til oppgave g med eller uten hjelp!

KL: Regn ut denne oppgaven uten å bruke papir og blyant. Forklar eller vis hvordan du tenker og hva du gjør:

i. $8 - 5 =$ j. $8 - 3 =$

Alternative framgangsmåter, oppgave 10 i

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale/ observasjon
--------------------	----------------------------------

Hvis eleven ikke har automatisert, er det mulig å telle på fingrene. Noen varianter kan være:

1. Telle opp 8 fingre, så telle bort 5 av disse, 3 igjen (evt. telle disse).
2. Telle oppover fra 5: " $6 - 7 - 8$ " (3 fingre).
3. Telle nedover fra 8: " $7 - 6 - 5$ " (3 fingre).

Avhengig av det gitte regnestykket, kan enten strategi 2 eller strategi 3 være den mest hensiktsmessige. Hvis barn teller når de subtraherer, er det gunstig om de har fleksibel strategibruk.

*Dersom eleven bare oppgir rett svar:
KL: Vil du forklare hvordan du fant svaret?
Gå så videre til neste oppgave.*

Hvis eleven teller på fingrene: Merk strategien.

Hvis eleven ikke får til, gjetter eller stopper opp:

KL: Du har 8, så tar du bort fem av dem, hvor mange har du igjen da?

Hvis dette heller ikke lykkes:

KL: Du kan få prøve med papir og blyant, eller kanskje du heller vil ha disse (legg fram konkrete som beskrevet i innledningen).

Hvis eleven nå lykkes, merk og noter ned strategien. Hvis ikke, hjelp med konkrete, om nødvendig kan eleven telle hver mengde og til slutt alt.

Alternative framgangsmåter, oppgave 10 j

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale/ observasjon
Her vil vi finne ut om eleven ser sammenhengen mellom oppgave d og e: Hvis eleven får til $8 - 5$, ser eleven da et mønster, eller må han/ hun telle?	<i>Dersom eleven bare oppgir rett svar: KL: Vil du forklare hvordan du gjorde det? Forklaringen vil sannsynligvis røpe om eleven har innsikt eller må telle. Dersom eleven igjen må telle, kan KL spørre: Siden du vet at $8 - 5$ blir 3, kan du bruke det til å finne hvor mye $8 - 3$ er? Flere ledespørsmål kan være:</i>

Oppgave 11. Hoderegningstrategier. Multiplikasjon og divisjon

HJELPEMIDLER OPPGAVE 11:

Ha i beredskap et blankt ark og blyant dersom eleven ikke klarer oppgavene i hodet selv med støtte. Ha også gjerne noen konkrete som kan danne mengder (alt fra klosser til mynter eller blyanter – men ensartede gjenstander). Fingrene kan naturligvis også brukes!

Hver deloppgave i oppgave 11 gis muntlig til eleven. Gi bare en oppgave av gangen!

Først lar vi eleven få vise hva han eller hun kan av multiplikasjonstabellen i oppgave a. Dersom eleven her også svarer på noen av oppgavene i b til e, kan disse droppes i neste omgang.

11 a. Åpen oppgave

11a. Kan du gangetabellen? Kan du si noen gangestykker som du får til?

Hvis eleven lykkes bra, kan KL også spørre:

Kan du ta noen delestykker også?

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale/ observasjon
Her er det interessant om eleven har noen innsikt i egen kunnskap. Vi kan også få vite om noen regnestykker er automatisert. Hva slags type oppgaver finner eleven enkle, er det for eksempel multiplikasjonsstykker der en faktor er liten, er det stykker der faktorene er like eller er det noen spesielle tabeller? Mange av elevene som sliter i matematikk strever med tabellene og opplever å mislykkes. Det er fint om eleven opplever at han/ hun mestrer noen oppgaver her!	<u>Hvis det er vanskelig å komme i gang, kan KL spørre:</u> - Er det enklest med små tall? - Hva med 2-gangen og 5-gangen? Hvis eleven kan for eksempel 2-gangen: Er den automatisert eller må eleven hoppetelle? - Kan du den sånn at du bare vet hva for eksempel $2 \cdot 7$ er, eller teller du $2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8$ osv. for å finne det ut? Hvis eleven kan et gangestykke, for eksempel $5 \cdot 7 = 35$, men ikke kommer på noe divisjonsstykke: Du fant jo at $5 \cdot 7 = 35$. Vet du hva $35 : 5$ blir da?

11 b. Åpen oppgave

11b. Kan du lage noen gangestykker der svaret blir tolv?

Hvis eleven lykkes bra, kan KL også spørre:

Du kan gjerne prøve med å gange sammen flere tall også!

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale/ observasjon
Også her er det mulig å finne ut om eleven har innsikt i egen kunnskap. Behersker eleven den kommutative lov, ser eleven for eksempel at hvis $3 \cdot 4$ er en løsning, så vil også $4 \cdot 3$ være det? Mange av elevene som sliter i matematikk strever med tabellene og opplever å mislykkes. Det er fint om eleven opplever at han/ hun mestrer noen oppgaver her!	<u>Hvis det er vanskelig å komme i gang, kan KL spørre:</u> - Kanskje det går an å gange 2 med et tall? - Går det hvis du ganger med 5? Hvis det er vanskelig fortsatt, kan KL spørre: - Hva må du gange 12 med for å få 12? Hvis mestrer noen gangestykker med to faktorer: - Går det an å gange sammen flere tall og få 12? - Hva hvis du ganger 2 med 3, kan du gange videre og få 12?

Oppgave 11 c – e. Fra den lille multiplikasjonstabellen

KL: Nå skal du få noen regnestykker til, uten å bruke papir og blyant. Forklar eller vis hvordan du tenker og hva du gjør:		
c. $2 \cdot 3 =$	d. $5 \cdot 7 =$	e. $8 \cdot 6 =$

Alternative framgangsmåter, oppgave 11 c – e

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale/ observasjon
Her ønsker vi å finne ut om eleven har automatisert deler av den lille multiplikasjonstabell. Der automatiseringa er svak eller ikke har funnet sted, er det interessant å se hva slags strategi og eventuelle hjelpemidler eleven bruker. Noen elever vil bruke gjentatt addisjon:	<u>Automatisert multiplikasjon:</u> Dersom eleven har automatisert gange-stykkene, kan en raskt gå videre til de neste oppgavene. <u>Gjentatt addisjon:</u> I. Har eleven automatisert addisjonsstykkene ($5 + 5 = 10$, $10 + 5 = 15$, osv.)? Er noen av stykkene automatisert? <u>eller:</u> Fortsetter

$5 \cdot 7 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$ eller $5 \cdot 7 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7$ Noen av disse igjen har heller ikke automatisert addisjon, og må bruke tellestrategier (som i oppgave 1). Her er det altså interessant å undersøke om eleven 1. Har automatisert multiplikasjon 2. Bruker gjentatt addisjon, automatisert denne 3. Bruker gjentatt addisjon, men må telle 4. Ikke klarer/ prøver å løse oppgavene	<i>II. Teller eleven på fingrene ved addisjon? Prøv å se på hvilken måte. Hvis det er vanskelig, kan KL spørre:</i> <i>Kan du vise meg igjen hvordan du regnet $10 + 5$? (se strategier i oppgave 1)</i> <i>III. Hvis eleven ikke prøver eller gjetter på svar, kan KL endre gangestykket til et addisjonsstykke, for $2 \cdot 3$ kan det bli:</i> <i>Hva blir $2 + 2 + 2$, da?</i>
---	---

Oppgave 11 f – g

Gjøres bare dersom eleven med eller uten støtte fra KL lyktes i oppgavene a - d. **Gå i motsatt fall videre til en helt ny oppgave.**

Også disse oppgavene skal i utgangspunktet løses med hoderegning, men vi bør fortsatt ha de samme hjelpemidler som beskrevet over tilgjengelig. Fingrene kan naturligvis også brukes, men her er dette mer krevende enn på de fire første oppgavene! Merk: Oppgave f er oppgave d snudd til divisjon. Gi bare en oppgave av gangen! KL: Regn ut denne oppgaven uten å bruke papir og blyant. Forklar eller vis hvordan du tenker og hva du gjør:	
f. $3 \cdot 20 =$ g. $30 \cdot 4 =$ h. $20 \cdot 30 =$	i. Hvis oppgavene over går bra: Snu oppg. c. – e. til divisjonsstykker: $6 : 3$, $35 : 7$ osv.

Oppgave 11 f og g:

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale/ observasjon
$3 \cdot 20 =$ $30 \cdot 4 =$ I disse to oppgavene vil vi se om eleven klarer å bruke kunnskaper om multiplikasjon med ensifrede tall når den ene faktoren økes med faktor 10.	<i>Dersom eleven bare oppgir rett svar:</i> <i>KL: Vil du forklare hvordan du fant svaret? Gå så videre til neste oppgave.</i> <i>Hvis eleven ikke får til, gjetter eller stopper opp (eksempelvis for oppgave f):</i> <i>KL: Du vet hvor mye $3 \cdot 2$ er?</i> <i>Hvor mye (mange ganger) mer er da $3 \cdot 20$?</i> <i>Og eventuelt: Hvor mye større er 20 enn 2? Hvis vanskelig kan eleven få prøve med papir og blyant, eventuelt kan en konkretisere med for eksempel penger.</i>

Oppgave 11 h.

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale/ observasjon
$20 \cdot 30 =$ Her vil vi se om eleven klarer å bruke kunnskaper om multiplikasjon med ensifrede tall når begge faktorene økes med faktor 10.	<i>Ta denne oppgaven bare dersom eleven fikk til oppgavene f og g med eller uten støtte.</i> <i>Dersom eleven bare oppgir rett svar:</i> <i>KL: Vil du forklare hvordan du fant svaret? Gå så videre til oppgave 3.</i> <i>Hvis eleven ikke får til, gjetter eller stopper opp:</i> <i>KL: Du vet hvor mye $2 \cdot 3$ er? Du vet også hvor mye $2 \cdot 30$ blir?</i> <i>Hvor mye større blir nå $20 \cdot 30$</i> <i>Også her kan eleven få prøve med papir og blyant, eventuelt kan en konkretisere.</i>

Oppgave 11 i.

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale/ observasjon
Divisjonsstykkene $6 : 3$, $35 : 7$ og $48 : 6$ er basert på multiplikasjonsoppgavene 11 c – e over. Multiplikasjonstabellen er normalt godt automatisert dersom eleven klarer denne. Hvis det er vanskelig for eleven å se sammenhengen mellom $2 \cdot 3$ og $6 : 3$, kan en også la eleven tegne opp figurer. Dersom eleven lykkes gjennom konkretisering, kan det være lurt å bevisstgjøre ham eller henne på det.	<i>Dersom eleven bare oppgir rett svar:</i> <i>KL: Vil du forklare hvordan du fant svaret?</i> <i>Hvis eleven ikke får til, gjetter eller stopper opp:</i> <i>KL: Du fant ut i stedet at $2 \cdot 3$ blir 6. Kanskje du kan bruke det her?</i> <i>Hvis dette heller ikke lykkes:</i> <i>KL: Du kan få prøve med papir og blyant, eller kanskje du heller vil ha disse (legg fram 6 konkreter som beskrevet i innledningen).</i> <i>Hvis eleven nå lykkes, merk og noter ned hvordan. Hvis ikke, hjelp med konkreter, om nødvendig kan eleven telle hver mengde og til slutt alt.</i>

Oppgaver for elever i ungdomsskole og videregående skole

Oppgave 12. Sannsynlighet

HJELPEMIDLER OPPGAVE 12:

I utgangspunktet ingen hjelpemidler, men en kan ha noen røde og hvite kuler eller noe tilsvarende i bakhånd.

Eleven får møte flere situasjoner som er ganske like og oppgaven er hver gang den samme, men antall av hvite og røde kuler varierer.

Innledning: Vi har to esker der det ligger noen hvite og røde kuler.

På figurene ser vi **alle** kulene som ligger i eskene.

Uten å kikke skal en forsøke å trekke ut ei hvit kule av en eske.

Man får velge på forhånd hvilken av de to eskene man vil trekke fra, eske 1 eller eske 2.

Oppgaven din er å finne ut om det er fra eske 1 eller fra eske 2 det er størst sjanse for å trekke ut en hvit kule!

Teoretisk bakgrunn

Her må eleven forstå at sannsynligheten er den samme for hver enkelt kule til å trekkes ut. Eleven må også forstå at sannsynligheten («sjansen») for en hendelse er forholdet mellom antall «gunstige» utfall og totalt antall utfall.

En misoppfatning noen elever har er at de mener at det kun er antall gunstige utfall som avgjør. Da vil de kunne telle opp antall hvite og si at der det er flest hvite er sjansen størst for å trekke en hvit kule.

Noen elever har en svak begrepsforståelse og kan godt ha en oppfatning av at «jo flere hvite desto større sjanse for å trekke en hvit, og jo flere røde desto mindre sjanse for å trekke hvit» uten at sammenhengen er helt klar.

I noen skoler arbeides det formelt med sannsynlighetsbegrepet uten at elevene får gjøre forsøk og erfare f.eks. «De store talls lov». Dermed utvikles ofte figurative kunnskaper som ikke er basert på en dypere forståelse.

Hvis eleven har misoppfatning der han/ hun tror det bare er antall gunstige utfall som er avgjørende, kan en utfordre med å «spisse» noen situasjonsbeskrivelser, som f.eks.:

«Eske nr 1 har en hvit og en rød kule mens eske 2 har en hvit og hundre røde.

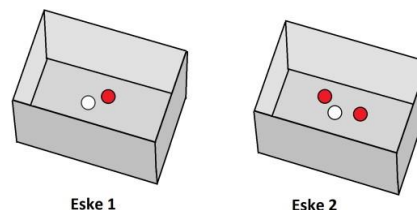
Fra hvilken eske er det da mest sannsynlig å trekke en hvit?»

Mange elever vil nok her se hvor sannsynligheten er størst, om enn bare intuitivt. Det er mulig å oppfordre eleven til å resonnerer videre ut fra dette.

12 a. Her ligger det to kuler i eske nr. 1 og tre i den andre som du ser på figuren.

Er det størst sjanse for å trekke ei hvit kule fra eske nr. 1 eller fra eske nr. 2, eller er det kanskje like stor sjanse for hvit kule i begge?

Kan du forklare hvorfor?



Figur og løsning	Forslag til samtale/ observasjon
Eske 1 Eske 2 Løsn.: $(p1 = 1/2) > (p2 = 1/3)$	• Er det like stor sjanse for å trekke alle (begge) kuler i den eska du velger? • Hvis det er like stor sjanse for hver kule i eske 2, er det da størst sjanse for rød eller hvit? • Hvis det er like stor sjanse for hver kule i eske 1, er det da størst sjanse for rød eller hvit der?

12 b . Nå er det lagt oppi så det er flere kuler.

Er det nå størst sjanse for å trekke ei hvit kule fra eske nr. 1 eller fra eske nr. 2, eller er det kanskje like stor sjanse for hvit kule i begge?

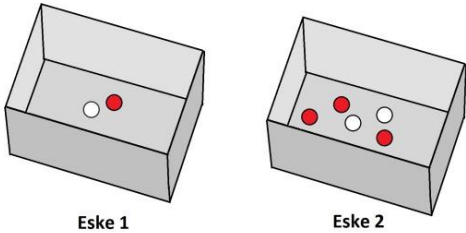
Kan du forklare hvorfor?

Figur og løsning	Forslag til samtale/ observasjon
Eske 1 Eske 2 Løsn.: $(p1 = 1/2) = (p2 = 2/4)$	• Er det størst sjanse for å få rød eller hvit i eske nr 2? • Hva med eske 1, er det størst sjanse for rød eller hvit der, da? • Hvor mange kan det være av hver farge hvis det skal være like stor sjanse for å få rød som å få hvit?

12 c. Nå er det lagt oppi så det er enda flere kuler.

Er det nå størst sjanse for å trekke ei hvit kule fra eske nr. 1 eller fra eske nr. 2, eller er det kanskje like stor sjanse for hvit kule i begge?

Kan du forklare hvorfor?

Figur og løsnning	Forslag til samtale/ observasjon
 Eske 1 Eske 2 Løsn.: $(p1 = 1/2) > (p2 = 2/5)$	<u>Mulige oppfølgingsspørsmål:</u> • I eske 1 er det jo som før, men er det størst sjanse for å få rød eller hvit i eske nr 2 nå? • I hvilken eske er det størst sjanse for å trekke en hvit da?

Oppgave 13. Algebra og likninger

Teoretisk bakgrunn

Dette er for mange et vanskelig emne fordi

- generalisering ved bokstaver (ukjente, parametere, variabler) blir for abstrakt
- grunnleggende aritmetikk (tallregning) er vanskelig i seg selv

Mange av dem som sliter i matematikk sliter også med grunnleggende aritmetikk (tallregning). Når dette grunnleggende ikke er forstått, blir algebraen (generalisering av tallregning) ganske meningsløs.

Bokstaver i matematiske uttrykk virker på mange abstrakt. Det kan også være forvirrende at bokstavene noen ganger har en bestemt verdi (eller noen bestemte verdier!) som løsningen i en likning, og noen ganger kan representere mange forskjellige tallverdier som i et funksjonsuttrykk.

Disse momentene kan føre til at mange elever oppfatter algebra som et meningsløst spill med regler som de ikke forstår vitsen med.

Mange elever har også en gal oppfatning av hva likhetstegnet står for. Det er ikke uvanlig at ballanseprinsippet med like store verdier på hver side ikke er oppfattet, tegnet betraktes mer som et klarsignal til å begynne å regne: Det som står på venstre side skal regnes ut til et svar på høyre side av likhetstegnet.

I oppgavene under har vi også flere språklige utfordringer. Konvensjonen som sier at $2x$ betyr det samme som $2 \cdot x$ (mens $2 \cdot 3$ og 23 har forskjellige verdier!) er en. Noen elever vet ikke forskjellen på $2x$ og x^2 og at $2x$ er det samme som $x + x$ mens at x^2 betyr $x \cdot x$.

13 a. Sett inn det tallet i ruta som passer så regnestykket blir riktig:

$$8 + 4 = \boxed{} + 5$$

Forklar hvorfor det blir slik!

Alternative løsninger, oppgave 13a på neste side.

Alt 1. Korrekt svar: 7 (som gir 12 på hver side av likhetstegnet)

$$8 + 4 = 7 + 5$$

Teoretisk bakgrunn

Forslag til samtale

Her ser det ut til at eleven har forstått prinsippet med likhetstegnet. En bør likevel få eleven til å forklare eller vise hvorfor dette blir rett.

KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor det blir sånn?

Alt 2. Svar: 12 $8 + 4 = 12 + 5$	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Mange elever oppfatter ikke likhetstegnet som et balansetegn der verdien skal være den samme på begge sider. Tegnet misoppfattes ofte til å være et slags startsignal: «Begynn å regne!». Dermed oppfattes dette oppsettet som to addisjoner, først $8 + 4 = 12$, deretter $12 + 5$. Eller 5- tallet neglisjeres bare, regnestykket er $8 + 4 = 12$	<i>KL: Kan du forklare hvorfor det blir sånn?</i> <i>Og videre kan KL også spørre:</i> ☐ Hva med 5 tallet? ☐ Hva betyr likhetstegnet? ☐ Hvor mye er det til venstre for likhetstegnet? ☐ Hvor mye skal det være på høyre side? ☐ Hvor mye mangler det da?

Alt 3. Andre svar, eller eleven klarer ikke å finne noe svar.	
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Det kan være at eleven gjetter et svar eller regner, men regner feil. Hvis eleven har gitt et svar, bør vi prøve å finne ut hvordan eleven har resonert. Hvis eleven ikke har klart å avgi noe svar, kan vi prøve å stimulere til å komme i gang med å tenke. Sentralt da blir det å få fram hva likhetstegnet egentlig betyr. Når vi har fått fram det, kan vi eventuelt konkretisere situasjonen gjennom en fortelling og/ eller konkrete hjelpemidler.	<i>Hvis eleven har et svar, men ikke som i de to første alternativene:</i> <i>KL: Kan du forklare hvorfor det blir sånn?</i> <i>Og videre kan KL også spørre:</i> – Hva betyr likhetstegnet? – Hvordan kan vi få like mye på begge sider? <i>Hvis eleven ikke har kommet med noe svar:</i> – Vet du hva likhetstegnet betyr – Det skal være like mye på hver side av likhetstegnet. Hvor mye mangler vi da på høyre side? – Kari har 8 kr og Mari har 4. Knut har 5 kr og Petter har noen kroner. De to jentene har til sammen like mye som de to guttene. Hvor mye har da Petter? <i>Eleven kan eventuelt tegne opp situasjonen, eller få bruke noen mynter eller liknende.</i>

13 b. Hva betyr disse tre uttrykkene? Forklar forskjellen på dem:

$$\frac{x}{2} \quad 2x \quad x^2$$

Alt 1.

Korrekte svar, som for eksempel:

$\frac{x}{2}$ er halvparten så mye som x, $2x$ er dobbelt så mye som x og x^2 er x ganger med x.

Eleven kan også få bruke talleksempler i forklaringa hvis det gjør oppgaven enklere.

Teoretisk bakgrunn

Forslag til samtale

Dette kan være en operasjonell eller bare en instrumentell forståelse. Eleven bør få forklare eller vise sitt resonnement.

KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor det blir sånn?

Alt 2.

Manglende svar eller feilsvar, som for eksempel:

$2x$ betyr $2 + x$. x^2 betyr $2 \cdot x$.

Teoretisk bakgrunn

Forslag til samtale

Manglende forståelse kan skyldes at grunnleggende aritmetikk ikke er forstått, f.eks. at eleven ikke vet hva 3^2 betyr eller ikke behersker brøkbegrepet.

Dersom dette grunnleggende er oppfattet, kan feilen skyldes at spranget til algebraiske bokstavuttrykk er for stort, uttrykkene blir abstrakte og gir ikke mening. Se også innledende teori for oppgave 13.

KL bør prøve å identifisere hvor utfordringene til eleven er.

Mulig spørsmål fra KL:

- ☐ *Kan du forklare (eller vise) hvorfor det blir sånn?*
- ☐ *Hva betyr brøkstreken? Og tallet under?*
- ☐ *Det står $2x$, hvor mange x-er har vi da? Kan det skrives på en annen måte?*
- ☐ *Hvis vi har 2 biler, så kan vi si at vi har en bil og en til. Kan vi gjøre noe liknende med $2x$?*
- ☐ *Det står egentlig et regnetegn mellom 2 og x, vet du hvilket det er?*
- ☐ *Hvis $2x$ er $x + x$, så må vel x^2 bety noe annet?*
- ☐ *Vi kan forenkle $x + x + x + x$ til $4x$. Hvordan kan vi forenkle $x \cdot x \cdot x \cdot x$, tror du?*

Får å finne ut om eleven forstår grunnleggende aritmetikk, kan KL erstatte x-en i uttrykkene med et tall (f.eks. 3) og spørre:

Hva betyr $\frac{3}{2}$, $2 \cdot 3$ og 3^2 ?

Kan du forklare forskjellen på dem?

Hvis dette ikke går, bør KL vurdere å hoppe over oppgave c.

13 c. Dette er de samme tre uttrykkene. Finn ut hvor store hver av dem er når x er lik fire!

$$\frac{x}{2} \quad 2x \quad x^2$$

Alt 1.

Korrekte svar, som for eksempel kan uttrykkes slik:

$$\frac{x}{2} = \frac{4}{2} = 2, 2x = 2 \cdot 4 = 8 \text{ og } x^2 = 4^2 = 4 \cdot 4 = 16$$

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
De fleste elevene vil trolig oppleve oppgaven enklere når x erstattes med et tall. Likevel vil nok noen streve med å regne ut verdien av uttrykkene. Eleven bør få forklare eller vise sitt resonnement.	KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor det blir sånn?

Alt 2.

Eleven klarer å erstatte x-ene med tall, men er får ikke til å regne ut verdien av alle uttrykkene.

$$\frac{x}{2} = \frac{4}{2}, 2x = 2 \cdot 4 \text{ og } x^2 = 4^2$$

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
De fleste elevene vil trolig oppleve oppgaven enklere når x erstattes med et tall. Likevel vil nok noen streve med å regne ut verdien av uttrykkene. Eleven bør få forklare eller vise sitt resonnement.	KL: Fint at du har satt inn tallet. Kan du nå prøve på regne ut hvor mye hvert av uttrykkene blir? – Hva betyr brøkstreken? Og tallet under? – Hva betyr 2-tallet i 4^2? – Kan du forklare/ vise meg forskjellen på $2 \cdot 4$ og 4^2?

13 d. Fyll inn riktig størrelse i ruta: • $2x = 8x$

Forklar hvorfor det blir slik!

Alt 1.

Korrekt svar: 4

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Dette kan være en operasjonell eller bare en instrumentell forståelse. Eleven bør få forklare eller vise sitt resonnement.	KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor det blir sånn?

Alt 2.

Eleven gir et feilsvar, f.eks. $4x$, eller klarer ikke å finne noe svar.

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
For noen elever blir x-en bare et fremmedelement som de henger på. Siden $4 \cdot 2 = 8$, tror de $4x \cdot 2x = 8x$. Noen overfører kanskje kunnskap fra addisjon: $4x + 2x = 6x$. Det kan være en bra tilnærming å visualisere uttrykkene og vektlegge at det skal være likt på begge sider av likhetstegnet.	Hvis eleven ikke får med et 4-tall: – Hvilket tall må du gange 2 med for å få 8? Hvis eleven har andre feilsvar eller mangler svar, kan KL bygge opp en enkel situasjon og la eleven resonere skritt for skritt: – Skriv og regn ut $4 \cdot 2$! – Kan du nå prøve med $4 \cdot 2x$? – Kan du tegne/ skrive opp de x-ene som står der på venstre side av likhetstegnet? – Kan du nå tegne/ skrive opp de x-ene som må være på høyre side av likhetstegnet?

13 e. Fyll inn riktig størrelse i ruta: $x \cdot \square = 3x^2$

Forklar hvorfor det blir slik!

Alt 1.

Korrekt svar: $3x$

Teoretisk bakgrunn

Forslag til samtale

Dette kan være en operasjonell eller bare en instrumentell forståelse. Eleven bør få forklare eller vise sitt resonnement.

KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor det blir sånn?

Alt 2.

Eleven gir et feilsvar, f.eks. 3, eller klarer ikke å finne noe svar.

Teoretisk bakgrunn

Forslag til samtale

Denne oppgaven minner om den forrige, men kompliseres av at vi også får $x \cdot x = x^2$

I tillegg blir det nå tydeligere at både tallverdiene skal multipliseres sammen og x-ene. For noen elever kan det oppfattes som at det blir «2 gangestykker» i det ene!

Mulige oppfølgingsspørsmål fra KL:

- *Hvor mange x er det når det ikke står noe tall foran x-en?*
- *Du kan skrive inn det tallet, hvis du synes det er enklere.*
- *Hvilket tall må du gange 1 med for å få 3?*
- *Hva skjer hvis du ganger det tallet, ikke bare med 1, men med $1x$?*
- *Hva må vi gange x med for å få x^2 ?*

Oppgave 14. Matematisk resonering - algebra og logikk.

Eleven skal vurdere for noen utsagn om de alltid er sanne, kan være sanne noen ganger eller aldri er sanne. KL bør illustrere oppgavetypen med et eksempel. Under er vist et eksempel, men KL kan gjerne lage et annet dersom det vil møte eleven på en bedre måte!

Her er eksempelet:

Utsagn og påstander trenger ikke alltid å være sanne. Noen eksempler fra dagliglivet:

I. En som er født og oppvokst i Trondheim, er fra Norge.

II. En som er født og oppvokst i Norge, er fra Trondheim.

III. En som er født og oppvokst i Stockholm, er fra Norge.

Her ser vi at ett av utsagnene alltid er sant, ett er aldri sant og ett kan være sant i noen tilfeller.

Innledende informasjon om oppgavene.

Etter eksempelet over, kan KL med sine egne ord (og helst i dialog med eleven!) beskrive framgangsmåten:

Vi skal se på noen regneuttrykk hvor x , y , z og u står for tallverdier som vi ikke kjenner. Du skal prøve å finne ut om det som står på høyre og venstre side av likhetstegnet er like mye verdt. Hvis det er like mye, kan vi si at det som står der er sant. Dette gir oss tre muligheter:

- Dette er alltid sant
- Dette er aldri sant
- Dette kan være sant i noen tilfeller

I oppgavene under er løsnningene:

a. $x + y + z = y + z + x$ - Alltid sant

b. $3 + y = 3 + x$ - Kan være sant

c. $3x + 4 = 3x - 4$ - Aldri sant

d. $x + y + z = x + y + u$ - Kan være sant.

14 a. $x + y + z = y + z + x$

Er dette alltid sant, er det aldri sant eller kan det være sant i noen tilfeller?

Kan du forklare hvorfor?

Alt 1. Korrekt svar: Alltid sant. Rekkefølgen på addendene er uten betydning, og da står det nøyaktig det samme på hver side.	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Dette kan være en operasjonell forståelse, eller muligens gjetting. Eleven må også forklare eller vise sitt resonnement.	<i>KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor det alltid er sant?</i>

Alt 2. Eleven gir et feilsvar: «Aldri sant» eller at «kan være sant noen ganger».	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Eleven kan muligens misforstå og tro at uttrykkene må se helt identisk ut også i rekkefølge. Det kan være at eleven ikke vet at den kommutative lov ($a + b = b + a$) gjelder. Det kan også være andre årsaker og ren gjetting.	<i>Mulige oppfølgingsspørsmål fra KL:</i> – Står det like mye på hver side av likhetstegnet? – Er det lov å endre på rekkefølgen? – Går det an å velge en verdi for x, en for y og en for z så blir forskjell på de to sidene? Hvis eleven gir ulike verdier for samme bokstav: – I det <u>samme</u> uttrykket kan en bokstav, som for eksempel x, bare ha <u>en</u> tallverdi av gangen. Hvordan blir det her da?

14 b. $3 + y = 3 + x$

Er dette alltid sant, er det aldri sant eller kan det være sant i noen tilfeller?

Kan du forklare hvorfor?

Alt 1.

Korrekt svar: Kan være sant noen ganger.

Det er sant dersom y og x har samme tallverdi, men ikke sant ellers.

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Dette kan være en operasjonell forståelse, eller muligens gjetting. Eleven må også forklare eller vise sitt resonnement.	KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor det alltid er sant?

Alt 2.

Eleven gir et feilsvar: «Aldri sant» eller «alltid sant».

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven kan muligens misforstå og tro at siden x og y er forskjellige bokstaver så må de også ha forskjellige verdier. Det kan være at eleven ser likhetstegnet og mener at da er de to sidene like mye verdt, altså alltid sant. Det kan også være andre årsaker og ren gjetting.	Mulige oppfølgingsspørsmål fra KL: – Står det like mye på hver side av likhetstegnet? – Går det an å velge en verdi for x og en for y som gjør at det blir like mye på de to sidene? – Går det an å velge en verdi for x og en for y som gjør at det blir forskjell på de to sidene? – Hva hvis $y = 2$ og $x = 3$? Er det mulig? Blir det sant da?

14 c. $3x + 4 = 3x - 4$

Er dette alltid sant, er det aldri sant eller kan det være sant i noen tilfeller? Kan

du forklare hvorfor?

Alt 1.

Korrekt svar: Aldri sant.

$3x$ er likt på begge sider, men «resten» av uttrykkene vil alltid være forskjellige: $+4$ kan aldri bli det samme som -4 .

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Dette kan være en operasjonell forståelse, eller muligens gjetting. Eleven må også forklare eller vise sitt resonnement.	KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor det alltid er sant?

Alt 2. Eleven gir et feilsvar: «Alltid sant» eller «kan være sant noen ganger».	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Eleven kan muligens synes at uttrykkene ser svært like ut og mene at de er like, i hvert fall noen ganger. Det kan være at eleven ser likhetstegnet og mener at da er de to sidene like mye verdt, altså alltid sant. Det kan også være andre årsaker og ren gjetting.	<i>Mulige oppfølgingsspørsmål fra KL:</i> – <i>Står det like mye på hver side av likhetstegnet?</i> – <i>Går det an å velge en verdi for x som gjør at det blir like mye på de to sidene?</i> – <i>Går det an å velge en verdi for x som gjør at det blir forskjell på de to sidene?</i>

14 d. $x + y + z = x + y + u$

Er dette alltid sant, er det aldri sant eller kan det være sant i noen tilfeller?

Kan du forklare hvorfor?

Alt 1.

Korrekt svar: Kan være sant noen ganger.

$x + y$ er likt på begge sider. Dermed er det sant dersom z og u har samme tallverdi, men ikke sant ellers.

Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Dette kan være en operasjonell forståelse, eller muligens gjetting. Eleven må også forklare eller vise sitt resonnement.	<i>KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor det alltid er sant?</i>

Alt 2.

Eleven gir et feilsvar: «Alltid sant» eller «aldri sant».

Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Eleven kan muligens misforstå og tro at siden z og u er forskjellige bokstaver så må de også ha forskjellige verdier. Det kan være at eleven ser likhetstegnet og mener at da er de to sidene like mye verdt, altså alltid sant. Det kan også være andre årsaker og ren gjetting.	<i>Mulige oppfølgingsspørsmål fra KL:</i> – <i>Står det like mye på hver side av likhetstegnet?</i> – <i>Går det an å velge en verdi for x, en for y, en for z og en for u som gjør at det blir like mye på de to sidene?</i> – <i>Går det an å velge en verdi for x, en for y, en for z og en for u som gjør at det blir forskjell på de to sidene?</i>

Oppgave 15. Algebra i geometri og mønster

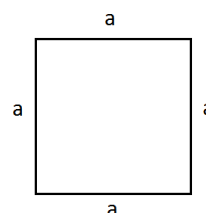
Eksempel, se eget elevark:

Dette kvadratet har sidelengde lik a .

Hva blir da omkretsen?

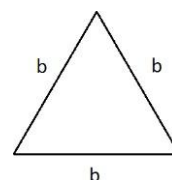
Svar:

Omkretsen er $a + a + a + a = 4 \cdot a$ eller bare $4a$



15 a. Hva blir omkretsen til denne trekanten?

KL kan eventuelt forklare at omkrets er det samme som lengden rundt hele figuren.



Alt 1.

Korrekt svar: $3b$, som kan uttrykkes på ulike måter.

Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Dette kan være en operasjonell forståelse, eller muligens gjetting. Eleven må også forklare eller vise sitt resonnement.	<i>KL: Kan du forklare (eller vise) hvordan du gjør for å finne dette svaret?</i>

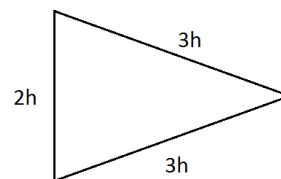
Alt 2.

Eleven gir et feilsvar eller svarer ikke.

Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Eleven kan være usikker på hva omkrets betyr. Mange elever blander sammen begrepene «areal» og «omkrets». Det kan også være at eleven ikke forstår at b står for nettopp lengden av hver side. En tredje mulighet er at eleven ikke forstår hvordan en kan addere sammen bokstavuttrykk. Noen elever som baserer seg på instrumentell forståelse forsøker ofte å huske formler og regler. Dette resulterer noen ganger i at eleven bruker feil formel når en størrelse skal regnes ut.	<i>Mulige oppfølgingsspørsmål fra KL:</i> – <i>Hvordan kan vi finne omkretsen her?</i> – <i>Hvor lang er en side?</i> – <i>Hvis b hadde vært et tall, for eksempel 2 cm, hva ville omkretsen vært da?</i>

15 b. Hva blir omkretsen til denne trekanten?

KL kan eventuelt forklare at omkrets er det samme som lengden rundt hele figuren.



Alt 1.

Korrekt svar: $8h$, som kan uttrykkes på ulike måter.

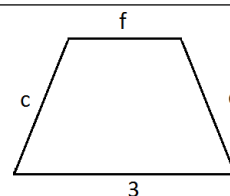
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Dette kan være en operasjonell forståelse, eller muligens gjetting. Eleven må også forklare eller vise sitt resonnement.	KL: Kan du forklare (eller vise) hvordan du gjør for å finne dette svaret?

Alt 2.

Eleven gir et feilsvar eller svarer ikke.

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven kan være usikker på hva omkrets betyr. Mange elever blander sammen begrepene «areal» og «omkrets». Det kan også være at eleven ikke forstår at $2h$ og $3h$ står for nettopp lengden av ulike sider. En tredje mulighet er at eleven ikke forstår hvordan en kan addere sammen bokstavuttrykk. Noen elever som baserer seg på instrumentell forståelse forsøker ofte å huske formler og regler. Dette resulterer noen ganger i at eleven bruker feil formel når en størrelse skal regnes ut.	Mulige oppfølgingsspørsmål fra KL: – Hvordan kan vi finne omkretsen her? – Hvor lang er den korteste sida? – Hvis h hadde vært et tall, for eksempel 2 cm, hva ville lengden av den korteste sida vært da?

15 c. Hva blir omkretsen til denne firkanten?



KL kan eventuelt forklare at omkrets er det samme som lengden rundt hele figuren.

Alt 1.

Korrekt svar: $2c + f + 3$, som også kan uttrykkes på ulike måter.

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Dette kan være en operasjonell forståelse, eller muligens gjetting. Eleven må også forklare eller vise sitt resonnement.	KL: Kan du forklare (eller vise) hvordan du gjør for å finne dette svaret?

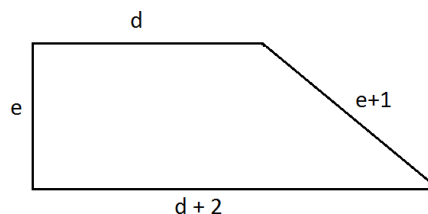
Alt 2.

Eleven gir et feilsvar eller svarer ikke.

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven kan være usikker på hva omkrets betyr. Mange elever blander sammen begrepene «areal» og «omkrets». Det kan også være at eleven ikke forstår at c og f står for nettopp lengden av ulike sider. En tredje mulighet er at eleven ikke forstår hvordan en kan addere sammen bokstavuttrykk. Noen elever som baserer seg på instrumentell forståelse forsøker ofte å huske formler og regler. Dette resulterer noen ganger i at eleven bruker feil formel når en størrelse skal regnes ut.	Mulige oppfølgingsspørsmål fra KL: – Hvordan kan vi finne omkretsen her? – Hvor lang er den korteste sida? – Kan du prøve å legge sammen lengdene av hver side?

15 d. Hva blir omkretsen til denne firkanten?

KL kan eventuelt forklare at omkrets er det samme som lengden rundt hele figuren.



Alt 1.

Korrekt svar: $2e + 2d + 3$, som også kan uttrykkes på ulike måter.

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Dette kan være en operasjonell forståelse, eller muligens gjetting. Eleven må også forklare eller vise sitt resonnement.	KL: Kan du forklare (eller vise) hvordan du gjør for å finne dette svaret?

Alt 2.

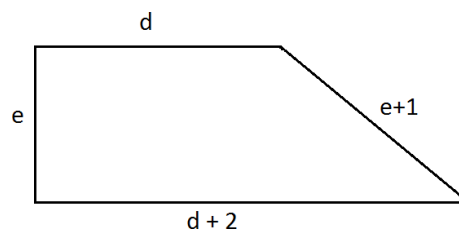
Eleven gir et feilsvar eller svarer ikke.

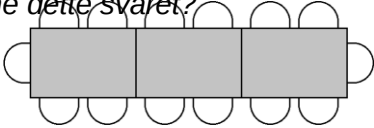
Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Eleven kan være usikker på hva omkrets betyr. Mange elever blander sammen begrepene «areal» og «omkrets». Det kan også være at eleven ikke forstår at for eksempel d og e står for nettopp lengden av ulike sider. En tredje mulighet er at eleven ikke forstår hvordan en kan addere sammen bokstavuttrykk. Noen elever som baserer seg på instrumentell forståelse forsøker ofte å huske formler og regler. Dette resulterer noen ganger i at eleven bruker feil formel når en størrelse skal regnes ut.	Mulige oppfølgingsspørsmål fra KL: – Hvordan kan vi finne omkretsen her? – Hvor lang er den lengste sida? – Kan du prøve å legge sammen lengdene av hver side? – Kan du slå sammen så svaret blir kortere å skrive?

15 e. Dette er den samme firkanten som i forrige oppgave.

Det viser seg at $d = 3$ og $e = 2$.

Hva blir da omkretsen til denne firkanten?



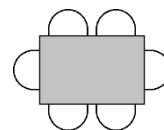
Alt 1. Korrekt svar: 13	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Dette tyder på at eleven har en operasjonell forståelse. Oppgaven kan løses på flere måter, og eleven må derfor utfordres til å forklare eller vise sitt resonnement. Her er det mulig å sette verdiene enten inn i løsning fra forrige oppgave eller i uttrykkene for hver side og så legge sammen tallene.	<i>KL: Kan du forklare (eller vise) hvordan du gjør for å finne dette svaret?</i> 

Alt 2. Eleven gir et feilsvar eller svarer ikke.	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Eleven kan være usikker på hva omkrets betyr. Mange elever blander sammen begrepene «areal» og «omkrets». Det kan også være at eleven ikke forstår hvordan en kan sette tallverdier inn i uttrykkene. Noen elever som baserer seg på instrumentell forståelse forsøker ofte å huske formler og regler. Dette resulterer noen ganger i at eleven bruker feil formel når en størrelse skal regnes ut.	<i>Mulige oppfølgingsspørsmål fra KL:</i> – <i>Hvordan kan vi finne omkretsen her?</i> – <i>Kan du sette inn tall og se hvor lange hver enkelt side blir?</i> – <i>Kan du prøve å legge sammen lengdene av hver side?</i> – <i>Går det an å løse denne oppgaven på flere måter?</i>

15 f. Her ser du et bord med 6 stoler plassert rundt.

Flere småbord kan settes sammen til ett langbord. I eksempelet på den nederste figuren er det satt sammen 3 slike småbord.

Hvor mange stoler blir det plass til om vi lager et langbord av 4 småbord?

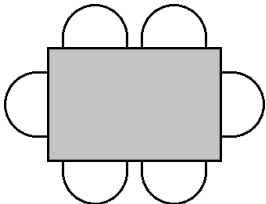


Alt 1. Korrekt svar: 18 stoler	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>

Oppgaven er en innledning til oppgave g der eleven skal prøve å finne et mønster. Denne oppgaven kan løses ved hjelp av å tegne figur og telle opp antall stoler.	KL: Kan du forklare (eller vise) hvordan du gjør for å finne dette svaret?
---	--

Alt 2. Eleven gir et feilsvar eller svarer ikke.	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Oppgaven er en innledning til oppgave g der eleven skal prøve å finne et mønster. Denne oppgaven kan løses ved hjelp av å tegne figur og telle opp antall stoler. Støttespørsmålene er også ment for å hjelpe eleven til å se et mønster.	<i>Mulige oppfølgingsspørsmål fra KL:</i> – Hvor mange får plass ved ett bord? – Er det like mange rundt alle bordene? – Hvor vil du sette et nytt bord?

MERK: Oppgave g gjennomføres bare hvis eleven lyktes med oppgave f!

15 g. Vi bruker samme typen bord. Hvor mange stoler blir det plass til om vi lager et langbord av 25 småbord? Forklar eller vis hvordan du gjør!	
---	---

Alt 1. Korrekt svar: 102 stoler	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
I denne oppgaven skal eleven prøve å finne et mønster. For hvert bord som føyes til, øker antall stolplasser med fire. Denne oppgaven kan også løses ved hjelp av å tegne figur og telle opp antall stoler, men dette blir en tungvint strategi. Hvis eleven bruker en slik strategi bør KL ved å stille spørsmål stimulere eleven til å se etter et mønster.	<i>KL: Kan du forklare (eller vise) hvordan du gjør for å finne dette svaret?</i> <i>Hvis eleven bruker en tungvint strategi, kan KL spørre:</i> – Du fant nettopp for fire bord, hvor mange er det plass til rundt fem? – Og seks? – Hvordan blir det når vi øker med ett bord? – Blir det like mange nye plasser hver gang?

Alt 2. Eleven gir et feilsvar eller svarer ikke.	
Teoretisk bakgrunn	<i>Forslag til samtale</i>
Slike oppgaver kan lett oppleves abstrakte og uoversiktlige. Mange som sliter i matematikk har i tillegg gjerne et beskjedent repertoar av løsningsstrategier. Støtte gjennom konkretisering kan hjelpe for å løse en slik oppgave, men bør suppleres av eleven stimuleres til å lete etter sammenhenger og mønstre.	<i>Mulige oppfølgingsspørsmål fra KL:</i> – <i>Du fant nettopp for fire bord, hvor mange er det plass til rundt fem?</i> – <i>Og seks?</i> – <i>Hvordan blir det når vi øker med ett bord?</i> – <i>Blir det like mange nye plasser hver gang?</i> – <i>Kanskje du kan tegne en figur?</i>

I denne oppgaven skal eleven tolke størrelser i et koordinatsystem. En kan lese mye informasjon ut av figurer i et koordinatsystem, og det krever derfor en viss innsikt for å kunne sortere ut hva som er relevant og beskrive dette.

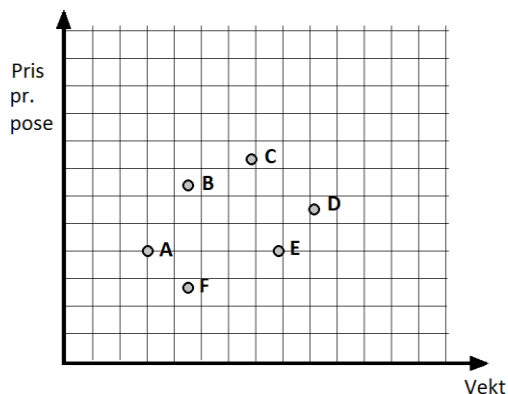
Oppgave 16. Funksjoner. Koordinatsystemet

16 a.

Hvert punkt i diagrammet står for en pose med epler. I diagrammet ser vi at pris og vekt for en eplepose kan variere.

Er det noen poser som har samme vekt?
Hvilke poser er i så fall det?

Forklar eller vis hvordan du gjør!



Alt 1.

Korrekt svar: Pose B og pose F har samme vekt

Teoretisk bakgrunn

Eleven bør forstå at punkter som er plassert like langt ut fra y-aksen har samme x-verdi. I denne oppgaven vil det si at et punkt som er rett "over" eller "under" at annet har samme vekt.

En elev som svarer riktig på denne oppgaven kan ha en god forståelse, men eleven bør få begrunne hvorfor svaret blir slik.

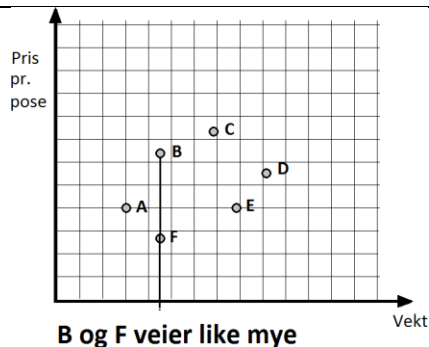
Forslag til samtale

KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor du mener dette blir riktig svar?

Alt 2.

Svar: Pose A og pose E har samme vekt

Teoretisk bakgrunn



Forslag til samtale

KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor du mener dette blir riktig svar?

Hvis eleven ikke oppdager feilen, kan KL spørre videre:

- Hvor kan vi se hvor mye F-posen veier?
- Og C-posen?
- Hvilken er tyngst av de to?

Eleven bør forstå at punkter som er plassert like langt ut fra y-aksen har samme x-verdi. I denne oppgaven vil det si at et punkt som er rett "over" eller "under" at annet har samme vekt.

Her er det mulig at eleven husker at en verdi må være lik for de to punktene siden posene skal ha samme vekt. Eleven velger to punkter som er like langt fra "vektaksen" og håper kanskje på at da har de samme vekt.

Svaret kan også skyldes ren gjetting.

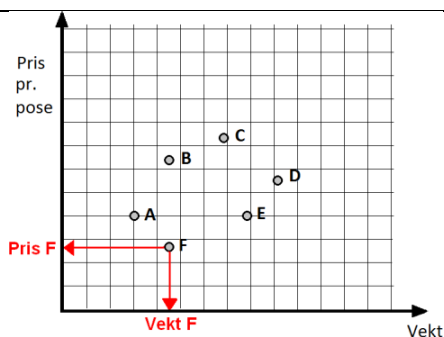
Hvis eleven ikke klarer å se hvor vekten leses av:

- Hva tror du vi kan lese av på denne akse der det står "Pris"? Og på den der det står "Vekt"?
- Hvor kan vi da lese av vekten til pose F?
- Er det noen annen pose som har samme vekt som den?

Alt 3.

Svar: Andre feilsvar, eller ikke noe svar

Teoretisk bakgrunn



Eleven bør forstå at punkter som er plassert like langt ut fra y-aksen har samme x-verdi. I denne oppgaven vil det si at et punkt som er rett "over" eller "under" at annet har samme vekt.

Vi kan forenkle oppgaven ved å begrense oss til å undersøke ett eneste av punktene først.

Forslag til samtale

KL: Vi kan se på ett av punktene, for eksempel det for pose F. I diagrammet er det ett sted vi kan finne hva pose F koster og ett annet sted der vi kan finne hva den veier. Hvor tror du vi kan se hva den veier?

Hvis eleven ikke klarer å se hvor vekten leses av:

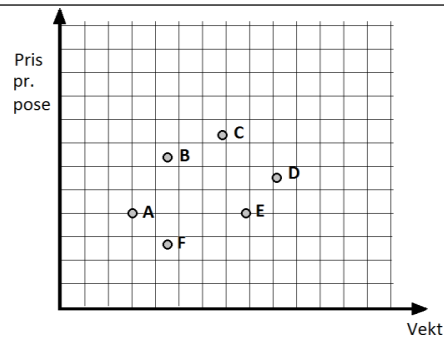
- Hva tror du vi kan lese av på denne akse der det står "Pris"? Og på den der det står "Vekt"?
- Hvor kan vi da lese av vekten til pose F?
- Er det noen annen pose som har samme vekt som den?

16 b.

Dette er det samme diagrammet med priser og vekter for de ulike posene med epler.

Er det noen poser som koster like mye?
Hvilke poser er i så fall det?

Forklar eller vis hvordan du gjør!

**Alt 1.**

Korrekt svar: Pose A og pose E koster like mye.

Teoretisk bakgrunn

Eleven bør forstå at punkter som er plassert like langt "over" / "under" x-aksen har samme y-verdi. I denne oppgaven vil det si at et punkt som er i "samme høyde" som et annet, koster det samme.

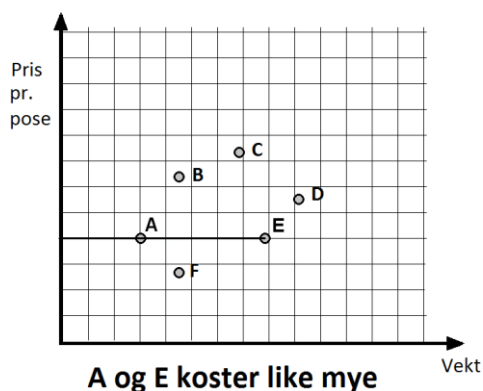
En elev som svarer riktig på denne oppgaven kan ha en god forståelse, men eleven bør få begrunne hvorfor svaret blir slik.

Forslag til samtale

KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor du mener dette blir riktig svar?

Alt 2.

Svar: Pose B og pose F koster like mye.

Teoretisk bakgrunn

Her er det mulig at eleven husker at en verdi må være lik for de to punktene siden posene skal ha samme pris. Eleven velger to punkter som er like langt fra "prisaksen" og håper kanskje på at da har de samme pris.

Svaret kan også skyldes ren gjetting.

Forslag til samtale

KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor du mener dette blir riktig svar?

Hvis eleven ikke oppdager feilen, kan KL spørre videre:

- *Hvor kan vi se hvor mye A-posen koster?*
- *Og C-posen?*
- *Hvilken koster mest av de to?*

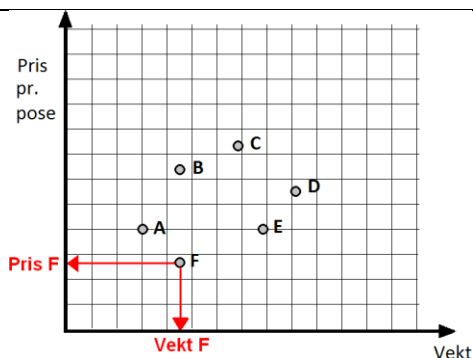
Hvis eleven ikke klarer å se hvor prisen leses av:

- *Hva tror du vi kan lese av på denne aksene der det står "Pris"? Og på den der det står "Vekt"?*
- *Hvor kan vi da lese av prisen til pose A?*
- *Er det noen annen pose som koster det samme som den?*

Alt 3.

Svar: Andre feilsvar, eller ikke noe svar

Teoretisk bakgrunn



Eleven bør forstå at punkter som er plassert like langt "over" / "under" x-aksen har samme y-verdi. I denne oppgaven vil det si at et punkt som er i "samme høyde" som et annet, koster det samme.

Vi kan forenkle oppgaven ved å begrense oss til å undersøke ett av punktene først.

Forslag til samtale

KL: Vi kan se på ett av punktene, for eksempel det for pose F. I diagrammet er det ett sted vi kan finne hva pose F koster og ett annet sted der vi kan finne hva den veier. Hvor tror du vi kan se hva den veier?

Hvis eleven ikke klarer å se hvor prisen leses av:

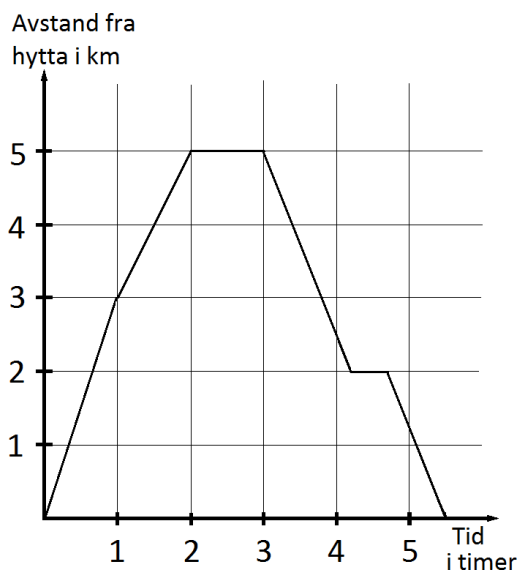
- *Hva tror du vi kan lese av på denne akse der det står "Pris"? Og på den der det står "Vekt"?*
- *Hvor kan vi da lese av prisen til pose F?*
- *Er det noen annen pose som har samme pris som den?*

16 c.

Jørund og Ane går en dag en fottur fra foreldrenes hytte.

Grafen her framstiller fotturen.

Fortell med egne ord hva grafen forteller om turen!



Momenter som bør være med når eleven svarer:

- De går først 5 km og det bruker de 2 timer på. Fint om eleven ser at de første 3 km brukte de 1 time på og deretter brukte de 1 time på de neste 2 km.
- De stoppet da de var 5 km fra hytta og hadde 1 times pause (fra 2 til 3 Timer)
- Etter pausen gikk de 3 km tilbake mot hytta og det tok litt over 1 time.
- Der hadde de omtrent $\frac{1}{2}$ times pause.
- Til slutt gikk de de siste 2 km helt tilbake til hytta.
- Turen varte i omtrent $5 \frac{1}{2}$ time

Alt 1.

Eleven gir et svar med riktige tolkninger (se momentene over)

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Hvis mange av momentene er med er det trolig at eleven har en operasjonell forståelse. Eleven må også forklare eller vise sitt resonnement.	<i>KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor du mener grafen beskriver turen slik?</i> <i>Hvis det er vanskelig å få eleven til å beskrive, kan KL spørre om mer konkrete ting:</i> – <i>Hvordan vet vi at de hadde en times pause?</i> – <i>Hvordan vet vi at de gikk tilbake mot hytta etter pausen?</i> – <i>Grafen slutter jo et annet sted enn den begynner, kan de da ha kommet tilbake dit de startet?</i>

Noen typiske misoppfatninger:

- Størrelsen langs y-aksen tolkes som fart i stedet for avstand. (Farten øker først i 2 timer, så er den konstant 1 time, så avtar farten osv.)
- En billedmessig tolkning med høyde langs y-aksen. (Går først oppover, så rett bortover og så nedover til en avsats og så helt ned.)
- Tolkning som kart. Den ligner på den forrige, men nå er begge aksene tolket som avstander (Rett fram, svinge litt til høyre, så snu til høyre – snu til høyre igjen osv.)
- Geometriske forklaringer, et eksempel: De startet på 0 og gikk så rundt en tur og kom tilbake til 5.
- Grafen kan oppfattes som en situasjon eller gjenstand, ikke som beskrivelse av en prosess. Den kan uttrykke et fjell, et telt, hytta eller annet.

Alt 2.

Eleven gir andre typer tolkninger (for eksempel som i en av misoppfatningene over)

Teoretisk bakgrunn	Forslag til samtale
Elever kan tolke figurer ut fra helt andre kriterier enn den gitte informasjonen. En graf kan for eksempel tolkes i lys av visuelle erfaringer eleven har fra ulike sammenhenger. Slike erfaringer kan være fra tidligere oppgaver som ytre sett har likhetstrekk med aktuell oppgave, eller de kan være fra helt andre situasjoner der liknende figurer kanskje forestilte situasjoner eller gjenstander. Eleven opplever oppgaven som abstrakt, og forsøket på å konkretisere lykkes ikke på grunn av slike feiltolkninger.	<i>KL: Kan du forklare (eller vise) hvorfor du mener grafen beskriver turen slik?</i> – <i>Hvor på grafen kan vi si at de starter turen?</i> – <i>Kan du se hvor langt de er gått da?</i> – <i>Og hvor lang tid det er gått?</i> <i>Det kan være fornuftig å få fram tydeligere hvilke parametre vi har i hver retning:</i> – <i>Når Jørund og Ane er langt unna hytta, hvor er vi i diagrammet da?</i> – <i>Og når de er ganske nær hytta, hvordan kan vi se det?</i> – <i>Hvis de er i ro på hytta og det går en time, hvor i diagrammet er vi da?</i> <i>KL kan også forenkle problemet litt:</i> – <i>Kan du vise hvor i diagrammet man kan være når man er 1 km fra hytta?</i> – <i>Kan du sette et kryss der noen er 2 km fra hytta etter at de har gått 1 time (se figuren til venstre)?</i>

